

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：20

科別	試題年級		受測年級		試題編號	
數學	7		7		202505M7N020	
					11405M7N20	
題目	全班有 30 位學生，沒戴眼鏡的學生人數是有戴眼鏡學生人數的 2 倍，請問該班沒戴眼鏡的學生人數與全班學生人數的比是多少？ (1) 1 : 2 (2) 1 : 3 (3) 2 : 1 (4) 2 : 3					
答案	4	認知歷程向度	程序執行	題型	選擇題	
學習內容	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。 備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。					
基本學習內容	NC-7-9-1 比與比值。			內容領域	數與量	
施測後回饋訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題是比的文字題，要求學生選出正確的選項，評量學生比例式解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)複習比與比值的定義：</p> <p>比值＝比的前項÷比的後項＝$\frac{\text{比的前項}}{\text{比的後項}}$</p> <p>例如：$a:b=\frac{a}{b}:1$，表示 a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍</p> <p>(二)相等的比：</p> <p>比值相等的兩個比，稱為相等的比</p> <p>例如：(1)$15:20$ 的比值為 $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$；另外 $18:24$ 的比值為 $\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$</p> <p>由上可知 $15:20=18:24$</p> <p>(2)由相等的比推廣到比例式的性質：</p> <p>若 $a:b=c:d$</p> <p>$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，兩邊擴分成同分母得 $\frac{a \times d}{b \times d}=\frac{c \times b}{d \times b}$</p> <p>同分母所以比較分子 $ad=bc$(外項乘積＝內項乘積)</p> <p>(三)底下以「$3:4=5:x$，求 $x=?$」說明比例式的應用方法。</p> <p>解：利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，$3x=4 \times 5$，$x=\frac{20}{3}$</p> <p>(四)下面以「全班有 20 人，男生和女生的比為 $2:3$，請問男生有多少</p>					

人？」為例，說明如何幫助學生解題。

1. 假設男生 x 人，女生 $(20-x)$ 人。
2. 列式得到 $x:(20-x)=2:3$ 。
3. 利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，
得 $3x=2\times(20-x)$ ，解得 $x=8$ 。
4. 回答問題，故男生有 8 人。

(五) 下面以「3 枝鉛筆賣 5 元，9 枝鉛筆賣幾元？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這幾種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。

1. 單價法：先用除法「 $5\div 3=\frac{5}{3}$ 」算出 1 枝鉛筆的單價是 $\frac{5}{3}$ 元，再利用乘法「 $\frac{5}{3}\times 9=\frac{45}{3}=15$ 」算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

2. 倍數法：先用除法「 $9\div 3=3$ 」算出 9 枝鉛筆是 3 枝鉛筆的 3 倍，再用乘法「 $5\times 3=15$ 」算出 5 元的 3 倍是 15 元，得到 9 枝鉛筆賣 15 元。

3. 關係式：教師也可以先用比的算式「 $3:5=9:\square$ 」記錄問題，再將比的算式由左右併置的記法，改記成上下併置的關係式記法，關係式的記法較容易說明單價法或倍數法解題的意義。

$$\text{單價法：}(5\div 3)=\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\times 9=15$$

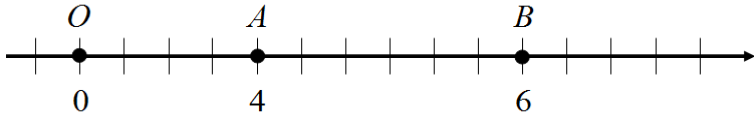
	3 枝	\longleftrightarrow	5 元	
$\div 3$	\downarrow		\downarrow	$\div 3$
	1 枝	\longleftrightarrow	? 元	
$\times 9$	\downarrow		\downarrow	$\times 9$
	9 枝	\longleftrightarrow	\square 元	

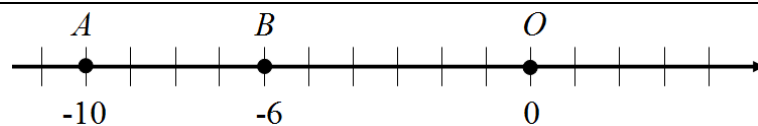
$$\text{倍數法：} 3\times 3=9(\text{或 } 9\div 3=3), 5\times 3=15$$

	3 枝	\longleftrightarrow	5 元	
$\times 3$	\downarrow		\downarrow	$\times 3$
	9 枝	\longleftrightarrow	\square 元	

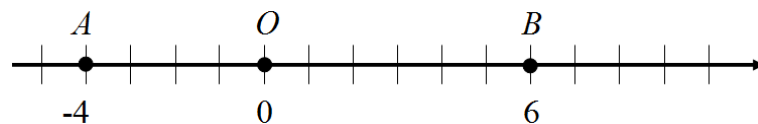
對應教材：NC-7-9-1

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：18

科別	試題年級		受測年級		試題編號	
數學	7		7		202505M7N018	
					11405M7N18	
題目	數線上有 $A(2)$ 、 $B(5)$ 、 $C(-1)$ 和 $D(-3)$ 四點， 下列敘述何者 <u>錯誤</u> ？ (1) $\overline{AB} = 5 - 2 $ (2) $\overline{AD} = (-3) - 2 $ (3) $\overline{BC} = 5 + 1 $ (4) $\overline{CD} = (-1) - 3 $					
答案	4	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題	
學習內容	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。					
基本學習內容	NC-7-5-3 數線上兩點的距離公式。			內容領域	數與量	
施測後回饋 訊息	評量重點： 本題給定四個點，要求學生選出正確的選項，評量學生以絕對值表示數線上兩點距離的能力。					
	教學建議： (一)透過數線說明 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點的距離公式： 1.先考慮一數到原點的距離會等該數的絕對值：例 $A(3)$ 到原點的距離 $= 3 =3$ ， $B(-5)$ 到原點的距離 $= -5 =5$ 2.再考慮兩數的距離可以分成三種狀況討論： (1)兩數同為正數，如下圖， $\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = 6 - 4 = 2$  (2)兩數同為負數，如下圖， $\overline{AB} = \overline{OA} - \overline{OB} = 10 - 6 = (-6) - (-10) = 4$					



(3)兩數為一正一負，如下圖， $\overline{AB} = \overline{OB} + \overline{OA} = 6 + 4 = 6 - (-4) = 10$



3.由2.的(1)(2)(3)可知數線兩點的距離等右邊點的坐標減去左邊點的坐標，也就是較大的坐標減去較小的坐標，若不管那兩點的坐標誰大誰小，也可以用兩點坐標相減的絕對值表示。例如：給定兩點 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，則 $\overline{AB} = |a - b|$ 或 $|b - a|$ 。

(二)下面以「數線上有三點 $A(-3)$ 、 $B(-1)$ 、 $C(5)$ ，這三點之間任兩點距離為何？」為例，說明如何幫助學生做任兩點距離的計算。

1.兩點間的距離（利用數線上兩點距離的圖解：大數減小數）

(1)先幫助學生藉由數線上的點與原點的關係，計算出兩點的距離。

① $\overline{AB} = 3 - 1 = 2$	
② $\overline{BC} = 1 + 5 = 6$	
③ $\overline{AC} = 3 + 5 = 8$	

(2)利用兩點所代表的數中「較大的數」減去「較小的數」來得到兩點的距離。

① $A(-3)$ 、 $B(-1)$ ，因為 $-1 > -3$ ， $\overline{AB} = (-1) - (-3) = 2$ 。

② $B(-1)$ 、 $C(5)$ ，因為 $5 > -1$ ， $\overline{BC} = 5 - (-1) = 6$ 。

③ $A(-3)$ 、 $C(5)$ ，因為 $5 > -3$ ， $\overline{AC} = 5 - (-3) = 8$ 。

2.兩點間的距離公式： $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點的距離為 $|a - b|$ 或 $|b - a|$ 。

① $A(-3)$ 、 $B(-1)$ ， $\overline{AB} = |(-1) - (-3)| = 2$

或 $\overline{AB} = |(-3) - (-1)| = |-2| = 2$ 。

② $B(-1)$ 、 $C(5)$ ， $\overline{BC} = |5 - (-1)| = 6$ 。

或 $\overline{BC} = |(-1) - 5| = |-6| = 6$ 。

③ $A(-3)$ 、 $C(5)$ ， $\overline{AC} = |5 - (-3)| = 8$ 。

或 $\overline{AC} = |(-3) - 5| = |-8| = 8$ 。

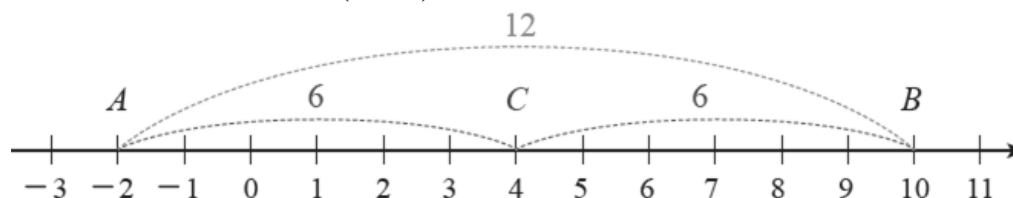
(三)舉例說明中點坐標如何計算：

例：已知 $A(-2)$ ， $B(10)$ ，求 A 、 B 兩點的中點(C 點)坐標為何？

$$\overline{AB} = 10 - (-2) = 12, \quad \overline{AC} = \overline{BC} = 12 \div 2 = 6,$$

由 A 點坐標往右 6 個單位長可得 $(-2) + 6 = 4$ ，

即 A 、 B 兩點的中點(C 點)坐標為 4。

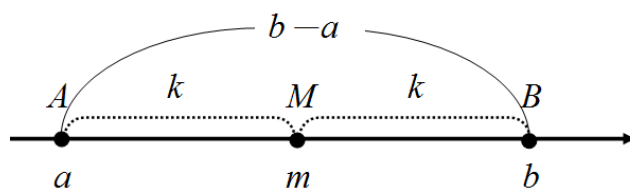


(四)※中點公式：(需假設變數，建議在講一元一次方程式時再介紹)

設數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，且 B 在 A 的右方， A 、 B 的中點為 $M(m)$ ，

$$\overline{AB} = b - a, \quad \overline{AM} = \overline{MB} = k = \frac{b - a}{2}, \quad m = a + k = a + \frac{b - a}{2} = \frac{a + b}{2},$$

得到中點 M 的坐標 = $\frac{a + b}{2}$ (亦即 A 、 B 兩點的坐標相加除以 2)



以上題為例：可知 $A(-2)$ 和 $B(10)$ 的中點坐標為 $\frac{-2 + 10}{2} = 4$

對應教材：NC-7-5-3

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：13

科別	試題年級		受測年級		試題編號	
數學	7		7		202505M7N013	
					11405M7N13	
題目	計算 $3^{12} \div 3^4 \div 3^0 = ?$ (1) 0 (2) 3^0 (3) 3^3 (4) 3^8					
答案	4	認知歷程向度	程序執行	題型	選擇題	
學習內容	N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」($a^m \times a^n = a^{(m+n)}$ 、 $(a^m)^n = a^{mn}$ 、 $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ ，其中 m, n 為非負整數)；以數字例表示「同底數的除法指數律」($a^m \div a^n = a^{(m-n)}$ ，其中 $m \geq n$ 且 m, n 為非負整數)。					
基本學習內容	NC-7-7-2 除法指數律。			內容領域	數與量	
施測後回饋 訊息	評量重點： 本題給定同底的指數算式，要求學生以指數表示其結果，評量學生是否具備除法指數律的能力。					
	教學建議： (一)複習乘法指數律： 1.先復習指數的定義， $7+7+7+7+7+7$ ，6 個 7 相加可以記成 7×6 ， $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ ，6 個 7 相乘可以記成 7^6 ， $a+a+a+a+a$ ，5 個 a 相加可以記成 $a \times 5$ ， $a \times a \times a \times a \times a$ ，5 個 a 相乘可以記成 a^5 。 2.先舉一些同底指數相乘的例子，以 $3^2 \times 3^5$ 為例，幫學生察覺： $3^2 \times 3^5 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{2+5} = 3^7$ 3.複習交換律 因為 $2 \times 3 = 6$ ， $3 \times 2 = 6$ 所以 $2 \times 3 = 3 \times 2$ $2^2 \times 3^4 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 324$ $3^4 \times 2^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 324$ 因此 $2^2 \times 3^4 = 3^4 \times 2^2$ 4.計算 $(2^2 \times 3^4) \times (2^3 \times 5^2) = ?$ $2^2 \times 2^3 \times 3^4 \times 5^2$ $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3^4 \times 5^2$ $= 2^5 \times 3^4 \times 5^2$ 5.進行 $(a^m)^n = a^{mn}$ 的教學，以 $3^2 \times 3^5$ 與 $(3^2 \times 7^3)^5$ 為例說明，					

例如：

$$(1)(3^2)^5 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) = 3^{2 \times 5}$$

$$(2)(3^2 \times 7^3)^5 = (3^2 \times 7^3 \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3))$$

$$= (3^2)^5 \times (7^3)^5$$

$$= (3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2) \times (7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3)$$

$$= ((3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3))$$

$$\times ((7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7))$$

$$= 3^{2 \times 5} \times 7^{3 \times 5}$$

(二)下面以「 $7^6 \div 7^2 = ?$ 」為例，說明如何幫助學生建立除法指數律。

以 $7^6 \div 7^2$ 為例，幫助學生察覺：

$$7^6 \div 7^2$$

$$= (7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7) \div (7 \times 7)$$

$$= \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7}$$

$$= 7^{6-2}$$

$$= 7^4$$

(三)最後再處理乘法和除法混合的指數律。

回到舉例「計算 $7^2 \times 7^4 \div 7^3 = ?$ 」

方法一： $7^2 \times 7^4 \div 7^3$

$$= 7^{2+4} \div 7^3$$

$$= 7^6 \div 7^3$$

$$= 7^{6-3}$$

$$= 7^3$$

方法二： $7^2 \times 7^4 \div 7^3 = 7^{2+4} \div 7^3 = 7^{2+4-3} = 7^3$

對應教材：NC-7-7-2

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：23

科別	試題年級		受測年級		試題編號	
數學	7		7		202505M7N023	
					11405M7N23	
題目	數線上有四點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $O(0)$ ，其中 O 為原點。已知這四點在數線上的位置由左至右的順序為 A 、 C 、 O 、 B ，請問下列選項何者正確？ (1) A 點離原點最遠 (2) $a \times c < 0$ (3) $a > c$ (4) $b > 0$					
答案	4	認知歷程向度	解題與思考	題型	選擇題	
學習內容	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。					
基本學習內容	NC-7-5-1 數與數線的對應關係。			內容領域	數與量	
施測後回饋訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定數線上四個點及其順序，要求學生選出正確的敘述，評量學生辨識數與數線對應關係的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>下面先說明如何幫助學生建立非負整數的數線，再說明如何幫助學生將負整數的數線擴充至整數數線，最後說明如何幫助學生解題。</p> <p>(一)幫助學生建立非負整數的數線</p> <p>建議教師透過下列步驟幫助學生建立非負整數的數線</p> <p>步驟一：先溝通直尺結構的意義</p> <p>說明每一大格是 1 公分，相鄰兩大格刻度間的距離都是 1 公分。刻度 1 與刻度 0 的距離是 1 公分，刻度 2 與刻度 0 的距離是 2 公分，刻度 3 與刻度 0 的距離是 3 公分，以此類推。</p> <p>步驟二：透過直尺測量物長的經驗，幫助學生建立整數數線的概念</p>					

說明數線上相鄰兩刻度間的單位長度都是 1。

先在數線左邊端點標示 0，在右端和 0 距離是 1 的刻度上記 1，在和 0 距離是 2 的刻度上記 2，在和 0 距離是 3 的刻度上記 3，以此類推。

(二)幫助學生建立整數的數線

建議教師透過下列步驟幫助學生建立非負整數的數線

步驟一：先複習整數的意義，並能比較整數的大小。

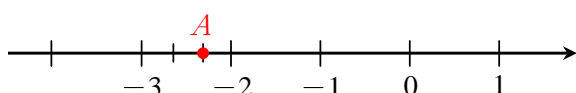
步驟二：擴充非負整數的數線，說明數線上相鄰兩刻度間的單位長度都是 1。

在數線左端和 0 距離是 1 的刻度上記 -1，在和 0 距離是 2 的刻度上記 -2，在和 0 距離是 3 的刻度上記 -3，以此類推。

步驟三：幫助學生察覺數線上的正整數都在 0 的右邊，負整數都在 0 的左邊。

(三)幫助學生將整數的數線擴充為分數的數線。

(四)下面以「如圖，數線上 A 點坐標為何？」為例，說明如何幫助學生解題。



1.先判斷 A 點的位置(在原點左邊或右邊)，再找出 A 點到原點的距離。

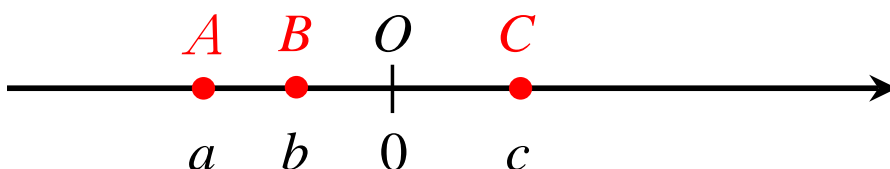
2.發現 A 點在原點左邊，與原點距離為 $2\frac{1}{3}$ ，所以 A 點坐標為 $-2\frac{1}{3}$ 。

(五)下面「數線上有四點 A(a)、B(b)、C(c)、O(0)，其中 O 為原點。

已知這四點在數線上的位置由左至右的順序為 A、B、O、C，

請問各點坐標的大小關係為何？」為例，說明如何幫助學生解題。

1.先標記四點在數線上的相對位置，並說明 A 點一定比 B 點離原點更遠；但不知道實際坐標為何，故無法比較 A、C 兩點，誰離原點較遠。



2.比較各點坐標與 0 的大小關係：

(1)因為 A、B 兩點在原點 O 左側，且 A 點在 B 點左側，所以坐標的大小關係為 $a < b < 0$ 。

(2)因為 C 點在原點 O 右側，所以坐標的大小關係為 $0 < c$ 。

因此，這四點的坐標大小關係為 $a < b < 0 < c$ 。

對應教材：NC-7-5-1

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：25

科別	試題年級		受測年級		試題編號							
數學	7		7		202505M7N025							
					11405M7N25							
題目	下列哪個選項的 x 和 y 成正比？											
	(1)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	1	3	5	7
		x	1	2	3	4						
	y	1	3	5	7							
	(2)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>8</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	8	6	4	2
x		1	2	3	4							
y	8	6	4	2								
(3)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>$\frac{1}{5}$</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td>$\frac{3}{5}$</td><td>$\frac{4}{5}$</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	
	x	1	2	3	4							
y	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$								
(4)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>2^1</td><td>2^2</td><td>2^3</td><td>2^4</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	2^1	2^2	2^3	2^4	
	x	1	2	3	4							
y	2^1	2^2	2^3	2^4								
答案	3	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題							
學習內容	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。 備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。											
基本學習內容	NC-7-9-2 正比與反比。				內容領域	數與量						
施測後回饋 訊息	評量重點：											
	本題給定四組 x 、 y 的表格，要求學生選出哪一組成正比，評量學生是否理解正比的意義。											
	教學建議：											
	(一)複習「最簡整數比」與「比值」的意義。											
	列表呈現二維數據並計算各個比與比值，教師幫助學生看到此二維數據的「最簡整數比」都相同，且「比值」也都相等。											
	(二)進行「正比」的教學。											
	1.講解「正比」的意義。											

正比：若二維數據的「最簡整數比」都相同，也就是「比值」都相等，我們稱此二維數據成正比。當二維數據 y 、 x 成正比時， y 和 x 的比值都相等，因此 $\frac{y}{x}=k$ ，也就是 $y=kx$ 。所以， x 與 y 成正比時， x 、 y 的關係式可以寫成 $y=kx$ 。

2. 以上定義學生若不清楚，以生活情境的例子說明「正比」的意義。
例如：水餃每顆都一樣大，水餃包越多顆，餡料就必須準備得越多。

水餃(顆)	總餡料(克)
10	250
20	500
40	1000
a	?

根據上表，引導學生發現「每顆水餃 25 克，包 a 顆，需要 $25a$ 克的餡料」。

3. 再將情境抽離，討論以下表格：

x	y
10	250
20	500
40	1000
60	1500

根據上表，引導學生發現「 $y=25x$ 的關係」。

(三) 進行「反比」的教學。

1. 以生活情境的例子說明 y 與 $\frac{1}{x}$ 成正比，則稱 y 與 x 成「反比」的意義。

爺爺購買每斤 x 元的茶葉 y 斤，總價為 1000 元

x	1000	500	250	200	125
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{125}$
y	1	2	4	5	8

2. 若兩個變數 x 、 y ，當 y 與 x 成「反比」時，則會保持 x 值和 y 值的乘積是某一固定的值(以 k 表示， $k \neq 0$)，即 x 、 y 的關係式寫成 $xy=k$ 。
3. 再以生活情境的例子，幫助學生利用 $xy=k$ 判斷 y 與 x 是否成「反比」。以面積為 100 平方公分的長方形為例，長為 x 公分，寬為 y 公分，如下表：

x	100	50	25	20	10	5
y	1	2	4	5	10	20

幫助學生發現 $xy=100$ 。

對應教材：NC-7-9-2

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：20

科別	試題年級		受測年級		試題編號	
數學	7		7		202505M7N020	
					11405M7N20	
題目	全班有 30 位學生，沒戴眼鏡的學生人數是有戴眼鏡學生人數的 2 倍，請問該班沒戴眼鏡的學生人數與全班學生人數的比是多少？ (1) 1 : 2 (2) 1 : 3 (3) 2 : 1 (4) 2 : 3					
答案	4	認知歷程向度	程序執行	題型	選擇題	
學習內容	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。 備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。					
基本學習內容	NC-7-9-1 比與比值。			內容領域	數與量	
施測後回饋訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題是比的文字題，要求學生選出正確的選項，評量學生比例式解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)複習比與比值的定義：</p> <p>比值＝比的前項÷比的後項＝$\frac{\text{比的前項}}{\text{比的後項}}$</p> <p>例如：$a:b=\frac{a}{b}:1$，表示 a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍</p> <p>(二)相等的比：</p> <p>比值相等的兩個比，稱為相等的比</p> <p>例如：(1)$15:20$ 的比值為 $\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$；另外 $18:24$ 的比值為 $\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$</p> <p>由上可知 $15:20=18:24$</p> <p>(2)由相等的比推廣到比例式的性質：</p> <p>若 $a:b=c:d$</p> <p>$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，兩邊擴分成同分母得 $\frac{a \times d}{b \times d}=\frac{c \times b}{d \times b}$</p> <p>同分母所以比較分子 $ad=bc$(外項乘積＝內項乘積)</p> <p>(三)底下以「$3:4=5:x$，求 $x=?$」說明比例式的應用方法。</p> <p>解：利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，$3x=4 \times 5$，$x=\frac{20}{3}$</p> <p>(四)下面以「全班有 20 人，男生和女生的比為 2:3，請問男生有多少</p>					

人？」為例，說明如何幫助學生解題。

1. 假設男生 x 人，女生 $(20-x)$ 人。
2. 列式得到 $x:(20-x)=2:3$ 。
3. 利用比例式「外項乘積＝內項乘積」，
得 $3x=2\times(20-x)$ ，解得 $x=8$ 。
4. 回答問題，故男生有 8 人。

(五) 下面以「3 枝鉛筆賣 5 元，9 枝鉛筆賣幾元？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這幾種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。

1. 單價法：先用除法「 $5\div 3=\frac{5}{3}$ 」算出 1 枝鉛筆的單價是 $\frac{5}{3}$ 元，再利用乘法「 $\frac{5}{3}\times 9=\frac{45}{3}=15$ 」算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

2. 倍數法：先用除法「 $9\div 3=3$ 」算出 9 枝鉛筆是 3 枝鉛筆的 3 倍，再用乘法「 $5\times 3=15$ 」算出 5 元的 3 倍是 15 元，得到 9 枝鉛筆賣 15 元。

3. 關係式：教師也可以先用比的算式「 $3:5=9:\square$ 」記錄問題，再將比的算式由左右併置的記法，改記成上下併置的關係式記法，關係式的記法較容易說明單價法或倍數法解題的意義。

$$\text{單價法：}(5\div 3)=\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\times 9=15$$

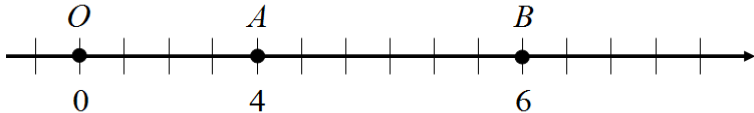
	3 枝	\longleftrightarrow	5 元	
$\div 3$	\downarrow		\downarrow	$\div 3$
	1 枝	\longleftrightarrow	? 元	
$\times 9$	\downarrow		\downarrow	$\times 9$
	9 枝	\longleftrightarrow	\square 元	

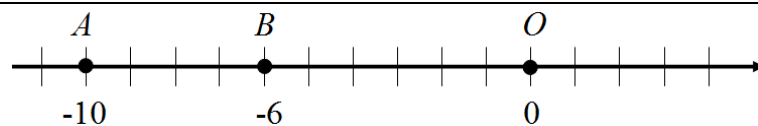
$$\text{倍數法：} 3\times 3=9(\text{或 } 9\div 3=3), 5\times 3=15$$

	3 枝	\longleftrightarrow	5 元	
$\times 3$	\downarrow		\downarrow	$\times 3$
	9 枝	\longleftrightarrow	\square 元	

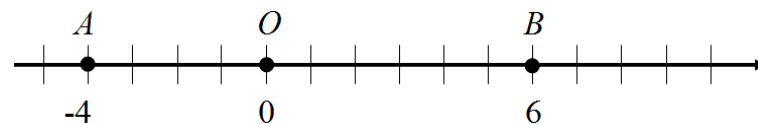
對應教材：NC-7-9-1

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：18

科別	試題年級		受測年級		試題編號	
數學	7		7		202505M7N018	
					11405M7N18	
題目	數線上有 $A(2)$ 、 $B(5)$ 、 $C(-1)$ 和 $D(-3)$ 四點， 下列敘述何者 <u>錯誤</u> ？ (1) $\overline{AB} = 5 - 2 $ (2) $\overline{AD} = (-3) - 2 $ (3) $\overline{BC} = 5 + 1 $ (4) $\overline{CD} = (-1) - 3 $					
答案	4	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題	
學習內容	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a,b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。					
基本學習內容	NC-7-5-3 數線上兩點的距離公式。			內容領域	數與量	
施測後回饋 訊息	評量重點： 本題給定四個點，要求學生選出正確的選項，評量學生以絕對值表示數線上兩點距離的能力。					
	教學建議： (一)透過數線說明 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點的距離公式： 1.先考慮一數到原點的距離會等該數的絕對值：例 $A(3)$ 到原點的距離 $= 3 =3$ ， $B(-5)$ 到原點的距離 $= -5 =5$ 2.再考慮兩數的距離可以分成三種狀況討論： (1)兩數同為正數，如下圖， $\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = 6 - 4 = 2$  (2)兩數同為負數，如下圖， $\overline{AB} = \overline{OA} - \overline{OB} = 10 - 6 = (-6) - (-10) = 4$					



(3)兩數為一正一負，如下圖， $\overline{AB} = \overline{OB} + \overline{OA} = 6 + 4 = 6 - (-4) = 10$



3.由2.的(1)(2)(3)可知數線兩點的距離等右邊點的坐標減去左邊點的坐標，也就是較大的坐標減去較小的坐標，若不管那兩點的坐標誰大誰小，也可以用兩點坐標相減的絕對值表示。例如：給定兩點 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，則 $\overline{AB} = |a - b|$ 或 $|b - a|$ 。

(二)下面以「數線上有三點 $A(-3)$ 、 $B(-1)$ 、 $C(5)$ ，這三點之間任兩點距離為何？」為例，說明如何幫助學生做任兩點距離的計算。

1.兩點間的距離（利用數線上兩點距離的圖解：大數減小數）

(1)先幫助學生藉由數線上的點與原點的關係，計算出兩點的距離。

① $\overline{AB} = 3 - 1 = 2$	
② $\overline{BC} = 1 + 5 = 6$	
③ $\overline{AC} = 3 + 5 = 8$	

(2)利用兩點所代表的數中「較大的數」減去「較小的數」來得到兩點的距離。

① $A(-3)$ 、 $B(-1)$ ，因為 $-1 > -3$ ， $\overline{AB} = (-1) - (-3) = 2$ 。

② $B(-1)$ 、 $C(5)$ ，因為 $5 > -1$ ， $\overline{BC} = 5 - (-1) = 6$ 。

③ $A(-3)$ 、 $C(5)$ ，因為 $5 > -3$ ， $\overline{AC} = 5 - (-3) = 8$ 。

2.兩點間的距離公式： $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點的距離為 $|a - b|$ 或 $|b - a|$ 。

① $A(-3)$ 、 $B(-1)$ ， $\overline{AB} = |(-1) - (-3)| = 2$

或 $\overline{AB} = |(-3) - (-1)| = |-2| = 2$ 。

② $B(-1)$ 、 $C(5)$ ， $\overline{BC} = |5 - (-1)| = 6$ 。

或 $\overline{BC} = |(-1) - 5| = |-6| = 6$ 。

③ $A(-3)$ 、 $C(5)$ ， $\overline{AC} = |5 - (-3)| = 8$ 。

$$\text{或 } \overline{AC} = |(-3) - 5| = |-8| = 8。$$

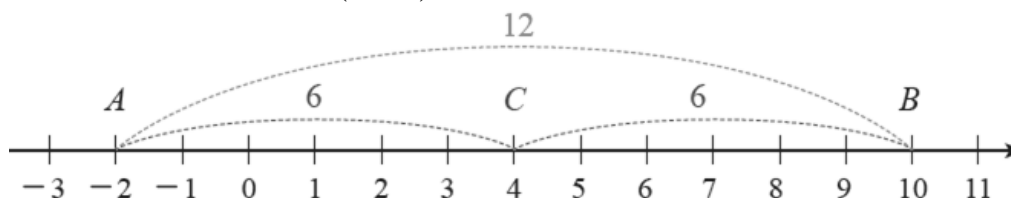
(三)舉例說明中點坐標如何計算：

例：已知 $A(-2)$ ， $B(10)$ ，求 A 、 B 兩點的中點(C 點)坐標為何？

$$\overline{AB} = 10 - (-2) = 12, \quad \overline{AC} = \overline{BC} = 12 \div 2 = 6,$$

由 A 點坐標往右 6 個單位長可得 $(-2) + 6 = 4$ ，

即 A 、 B 兩點的中點(C 點)坐標為 4。

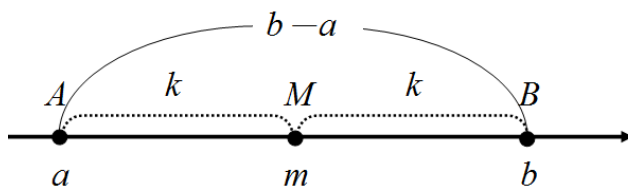


(四)※中點公式：(需假設變數，建議在講一元一次方程式時再介紹)

設數線上有 $A(a)$ 、 $B(b)$ ，且 B 在 A 的右方， A 、 B 的中點為 $M(m)$ ，

$$\overline{AB} = b - a, \quad \overline{AM} = \overline{MB} = k = \frac{b - a}{2}, \quad m = a + k = a + \frac{b - a}{2} = \frac{a + b}{2},$$

得到中點 M 的坐標 = $\frac{a + b}{2}$ (亦即 A 、 B 兩點的坐標相加除以 2)



以上題為例：可知 $A(-2)$ 和 $B(10)$ 的中點坐標為 $\frac{-2 + 10}{2} = 4$

對應教材：NC-7-5-3

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：13

科別	試題年級		受測年級		試題編號	
數學	7		7		202505M7N013	
					11405M7N13	
題目	計算 $3^{12} \div 3^4 \div 3^0 = ?$ (1) 0 (2) 3^0 (3) 3^3 (4) 3^8					
答案	4	認知歷程向度	程序執行	題型	選擇題	
學習內容	N-7-7 指數律：以數字例表示「同底數的乘法指數律」($a^m \times a^n = a^{(m+n)}$ 、 $(a^m)^n = a^{mn}$ 、 $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ ，其中 m, n 為非負整數)；以數字例表示「同底數的除法指數律」($a^m \div a^n = a^{(m-n)}$ ，其中 $m \geq n$ 且 m, n 為非負整數)。					
基本學習內容	NC-7-7-2 除法指數律。			內容領域	數與量	
施測後回饋 訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定同底的指數算式，要求學生以指數表示其結果，評量學生是否具備除法指數律的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)複習乘法指數律：</p> <p>1.先復習指數的定義，</p> <p>$7+7+7+7+7+7$，6 個 7 相加可以記成 7×6，</p> <p>$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$，6 個 7 相乘可以記成 7^6，</p> <p>$a+a+a+a+a$，5 個 a 相加可以記成 $a \times 5$，</p> <p>$a \times a \times a \times a \times a$，5 個 a 相乘可以記成 a^5。</p> <p>2.先舉一些同底指數相乘的例子，以 $3^2 \times 3^5$ 為例，幫學生察覺：</p> <p>$3^2 \times 3^5 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{2+5} = 3^7$</p> <p>3.複習交換律</p> <p>因為 $2 \times 3 = 6$，$3 \times 2 = 6$</p> <p>所以 $2 \times 3 = 3 \times 2$</p> <p>$2^2 \times 3^4 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 324$</p> <p>$3^4 \times 2^2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 324$</p> <p>因此 $2^2 \times 3^4 = 3^4 \times 2^2$</p> <p>4.計算 $(2^2 \times 3^4) \times (2^3 \times 5^2) = ?$</p> <p>$2^2 \times 2^3 \times 3^4 \times 5^2$</p> <p>$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3^4 \times 5^2$</p> <p>$= 2^5 \times 3^4 \times 5^2$</p> <p>5.進行 $(a^m)^n = a^{mn}$ 的教學，以 $3^2 \times 3^5$ 與 $(3^2 \times 7^3)^5$ 為例說明，</p>					

例如：

$$(1)(3^2)^5 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) = 3^{2 \times 5}$$

$$(2)(3^2 \times 7^3)^5 = (3^2 \times 7^3 \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3) \times (3^2 \times 7^3))$$

$$= (3^2)^5 \times (7^3)^5$$

$$= (3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2) \times (7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3 \times 7^3)$$

$$= ((3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3))$$

$$\times ((7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7) \times (7 \times 7 \times 7))$$

$$= 3^{2 \times 5} \times 7^{3 \times 5}$$

(二)下面以「 $7^6 \div 7^2 = ?$ 」為例，說明如何幫助學生建立除法指數律。

以 $7^6 \div 7^2$ 為例，幫助學生察覺：

$$7^6 \div 7^2$$

$$= (7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7) \div (7 \times 7)$$

$$= \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7}$$

$$= 7^{6-2}$$

$$= 7^4$$

(三)最後再處理乘法和除法混合的指數律。

回到舉例「計算 $7^2 \times 7^4 \div 7^3 = ?$ 」

方法一： $7^2 \times 7^4 \div 7^3$

$$= 7^{2+4} \div 7^3$$

$$= 7^6 \div 7^3$$

$$= 7^{6-3}$$

$$= 7^3$$

方法二： $7^2 \times 7^4 \div 7^3 = 7^{2+4} \div 7^3 = 7^{2+4-3} = 7^3$

對應教材：NC-7-7-2

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：23

科別	試題年級		受測年級		試題編號	
數學	7		7		202505M7N023	
					11405M7N23	
題目	數線上有四點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $O(0)$ ，其中 O 為原點。已知這四點在數線上的位置由左至右的順序為 A 、 C 、 O 、 B ，請問下列選項何者正確？ (1) A 點離原點最遠 (2) $a \times c < 0$ (3) $a > c$ (4) $b > 0$					
答案	4	認知歷程向度	解題與思考	題型	選擇題	
學習內容	N-7-5 數線：擴充至含負數的數線；比較數的大小；絕對值的意義；以 $ a-b $ 表示數線上兩點 a, b 的距離。 備註：絕對值引入的目的用於記錄數線上兩點的距離，不處理絕對值方程式和絕對值不等式。					
基本學習內容	NC-7-5-1 數與數線的對應關係。			內容領域	數與量	
施測後回饋訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定數線上四個點及其順序，要求學生選出正確的敘述，評量學生辨識數與數線對應關係的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>下面先說明如何幫助學生建立非負整數的數線，再說明如何幫助學生將負整數的數線擴充至整數數線，最後說明如何幫助學生解題。</p> <p>(一)幫助學生建立非負整數的數線</p> <p>建議教師透過下列步驟幫助學生建立非負整數的數線</p> <p>步驟一：先溝通直尺結構的意義</p> <p>說明每一大格是 1 公分，相鄰兩大格刻度間的距離都是 1 公分。刻度 1 與刻度 0 的距離是 1 公分，刻度 2 與刻度 0 的距離是 2 公分，刻度 3 與刻度 0 的距離是 3 公分，以此類推。</p> <p>步驟二：透過直尺測量物長的經驗，幫助學生建立整數數線的概念</p>					

說明數線上相鄰兩刻度間的單位長度都是 1。

先在數線左邊端點標示 0，在右端和 0 距離是 1 的刻度上記 1，在和 0 距離是 2 的刻度上記 2，在和 0 距離是 3 的刻度上記 3，以此類推。

(二)幫助學生建立整數的數線

建議教師透過下列步驟幫助學生建立非負整數的數線

步驟一：先複習整數的意義，並能比較整數的大小。

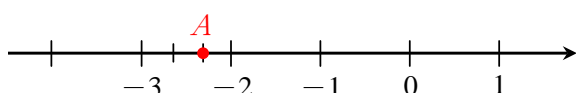
步驟二：擴充非負整數的數線，說明數線上相鄰兩刻度間的單位長度都是 1。

在數線左端和 0 距離是 1 的刻度上記 -1，在和 0 距離是 2 的刻度上記 -2，在和 0 距離是 3 的刻度上記 -3，以此類推。

步驟三：幫助學生察覺數線上的正整數都在 0 的右邊，負整數都在 0 的左邊。

(三)幫助學生將整數的數線擴充為分數的數線。

(四)下面以「如圖，數線上 A 點坐標為何？」為例，說明如何幫助學生解題。



1.先判斷 A 點的位置(在原點左邊或右邊)，再找出 A 點到原點的距離。

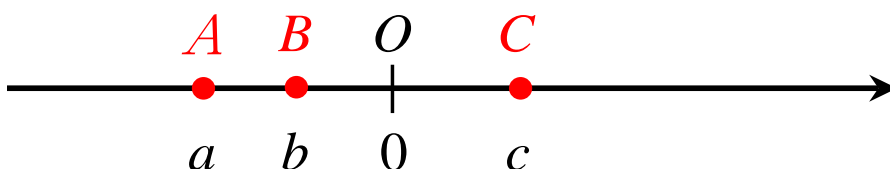
2.發現 A 點在原點左邊，與原點距離為 $2\frac{1}{3}$ ，所以 A 點坐標為 $-2\frac{1}{3}$ 。

(五)下面「數線上有四點 A(a)、B(b)、C(c)、O(0)，其中 O 為原點。

已知這四點在數線上的位置由左至右的順序為 A、B、O、C，

請問各點坐標的大小關係為何？」為例，說明如何幫助學生解題。

1.先標記四點在數線上的相對位置，並說明 A 點一定比 B 點離原點更遠；但不知道實際坐標為何，故無法比較 A、C 兩點，誰離原點較遠。



2.比較各點坐標與 0 的大小關係：

(1)因為 A、B 兩點在原點 O 左側，且 A 點在 B 點左側，所以坐標的大小關係為 $a < b < 0$ 。

(2)因為 C 點在原點 O 右側，所以坐標的大小關係為 $0 < c$ 。

因此，這四點的坐標大小關係為 $a < b < 0 < c$ 。

對應教材：NC-7-5-1

114 年 5 月篩選測驗 7 年級 題號：25

科別	試題年級		受測年級		試題編號							
數學	7		7		202505M7N025							
					11405M7N25							
題目	下列哪個選項的 x 和 y 成正比？											
	(1)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	1	3	5	7
		x	1	2	3	4						
	y	1	3	5	7							
	(2)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>8</td><td>6</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	8	6	4	2
x		1	2	3	4							
y	8	6	4	2								
(3)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>$\frac{1}{5}$</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td>$\frac{3}{5}$</td><td>$\frac{4}{5}$</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	
	x	1	2	3	4							
y	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$								
(4)	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>2^1</td><td>2^2</td><td>2^3</td><td>2^4</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	2^1	2^2	2^3	2^4	
	x	1	2	3	4							
y	2^1	2^2	2^3	2^4								
答案	3	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題							
學習內容	N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。 備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。											
基本學習內容	NC-7-9-2 正比與反比。				內容領域	數與量						
施測後回饋 訊息	評量重點：											
	本題給定四組 x 、 y 的表格，要求學生選出哪一組成正比，評量學生是否理解正比的意義。											
	教學建議：											
	(一)複習「最簡整數比」與「比值」的意義。 列表呈現二維數據並計算各個比與比值，教師幫助學生看到此二維數據的「最簡整數比」都相同，且「比值」也都相等。											
	(二)進行「正比」的教學。											
	1.講解「正比」的意義。											

正比：若二維數據的「最簡整數比」都相同，也就是「比值」都相等，我們稱此二維數據成正比。當二維數據 y 、 x 成正比時， y 和 x 的比值都相等，因此 $\frac{y}{x}=k$ ，也就是 $y=kx$ 。所以， x 與 y 成正比時， x 、 y 的關係式可以寫成 $y=kx$ 。

2. 以上定義學生若不清楚，以生活情境的例子說明「正比」的意義。
例如：水餃每顆都一樣大，水餃包越多顆，餡料就必須準備得越多。

水餃(顆)	總餡料(克)
10	250
20	500
40	1000
a	?

根據上表，引導學生發現「每顆水餃 25 克，包 a 顆，需要 $25a$ 克的餡料」。

3. 再將情境抽離，討論以下表格：

x	y
10	250
20	500
40	1000
60	1500

根據上表，引導學生發現「 $y=25x$ 的關係」。

(三) 進行「反比」的教學。

1. 以生活情境的例子說明 y 與 $\frac{1}{x}$ 成正比，則稱 y 與 x 成「反比」的意義。

爺爺購買每斤 x 元的茶葉 y 斤，總價為 1000 元

x	1000	500	250	200	125
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{125}$
y	1	2	4	5	8

2. 若兩個變數 x 、 y ，當 y 與 x 成「反比」時，則會保持 x 值和 y 值的乘積是某一固定的值(以 k 表示， $k \neq 0$)，即 x 、 y 的關係式寫成 $xy=k$ 。
3. 再以生活情境的例子，幫助學生利用 $xy=k$ 判斷 y 與 x 是否成「反比」。以面積為 100 平方公分的長方形為例，長為 x 公分，寬為 y 公分，如下表：

x	100	50	25	20	10	5
y	1	2	4	5	10	20

幫助學生發現 $xy=100$ 。

對應教材：NC-7-9-2

