113 年 5 月篩選測驗 8 年級　題號：25

<table>
<tr><th>科別</th><th>試題年級</th><th>受測年級</th><th>試題編號</th></tr>
<tr><td rowspan="2">數學</td><td rowspan="2">8</td><td rowspan="2">8</td><td>202405M8A025</td></tr>
<tr><td>11305M8A25</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">下列何者為一元二次方程式 $x^2-x-1=0$ 的解？
(方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的解為 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$)
(1) $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$　(2) $\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$
(3) $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$　(4) $\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>1</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td><td>題型</td><td>選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="4">A-8-7 一元二次方程式的解法與應用：利用因式分解、配方法、公式解一元二次方程式；應用問題；使用計算機計算一元二次方程式根的近似值。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="3">AC-8-7-2 能利用公式解一元二次方程式。</td><td>內容領域</td><td>代數</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="4">評量重點：
本題給定一元二次方程式及其解的公式，要求學生算出解，評量學生利用一元二次方程式的公式解解題的能力。
教學建議：
(一)複習方程式解的意義：
將 $x=a$ 代入方程式之後，能讓等號成立，稱 a 為方程式的解。
例如：一元一次方程式「$x-1=0$」，以 $x=1$ 代入，得到 $1-1=0$，讓方程式成立，所以「1」是方程式「$x-1=0$」的解。
(二)複習一元一次方程式求解：
說明一元一次方程式 $x-a=0$，它的解為 a，$x+b=0$ 的解為 $-b$。
(三)視學生學習的狀況，說明公式解的推導過程。
讓同學理解給定一元二次方程式的一般式，我們習慣假設 x^2 的係數為 a，x 的係數為 b，常數項為 c。
給定一元二次方程式的一般式 $ax^2+bx+c=0$，推導出公式解：
$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$　(同除以 a，使 x 的平方項係數變成 1)
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$ (將常數項移至等號右邊)
$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=-\frac{c}{a}+(\frac{b}{2a})^2$ (等號左邊配成完全平方式)</td></tr>
</table>

$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (取平方根)

$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

故 $ax^2+bx+c=0$ 的解有兩個：$x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 和 $x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$。

(四)其中 b^2-4ac 我們稱之為判別式，有以下三種可能：

1.$b^2-4ac>0$，方程式 $ax^2+bx+c=0$，$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，兩相異根。

2.$b^2-4ac=0$，方程式 $ax^2+bx+c=0$，$x=\frac{-b}{2a}$，重根。

3.$b^2-4ac<0$，方程式 $ax^2+bx+c=0$，因負數沒有平方根，故無解。

(五)說明如何利用公式解 $x^2-5x-2=0$。

先利用相反數將所有減法改記成加法，

並將所有省略係「1」也還原，得 $x^2-5x-2=1x^2+(-5)x+(-2)$。

其次，比較標準方程式 $ax^2+bx+c=0$ 得 $a=1$、$b=-5$、$c=-2$。

代入公式解得

$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot(-2)}}{2\cdot1}$，

經過計算，得 $x=\frac{5\pm\sqrt{33}}{2}$。

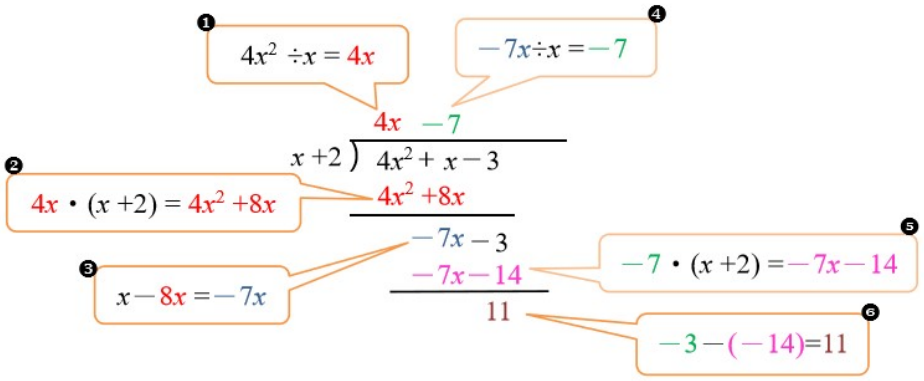
故 $x^2-5x-2=0$ 的解有兩個：$x=\frac{5+\sqrt{33}}{2}$ 和 $x=\frac{5-\sqrt{33}}{2}$。

對應教材：AC-8-7-2

113 年 5 月篩選測驗 8 年級　題號：18

<table>
<tr><td>科別</td><td colspan="2">試題年級</td><td colspan="2">受測年級</td><td colspan="2">試題編號</td></tr>
<tr><td>數學</td><td colspan="2">8</td><td colspan="2">8</td><td colspan="2">202405M8A018
11305M8A18</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="6">計算 $(4x^2-2x+5)\div(2x+1)$ 的餘式為何？
(1) 9　(2) 7　(3) 5　(4) 3</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>2</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td><td>題型</td><td>選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="6">A-8-3 多項式的四則運算：直式、橫式的多項式加法與減法；直式的多項式乘法（乘積最高至三次）；被除式為二次之多項式的除法運算。
備註：不涉及使用分離係數法。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="3">AC-8-3-3 整係數多項式的除法運算。</td><td>內容領域</td><td>代數</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="6">評量重點：
本題是二次多項式除以一次多項式的計算題，要求學生算出餘式，評量學生多項式除法計算的能力。
教學建議：
下面以「$(4x^2+x-3)\div(x+2)$」為例，說明如何幫助學生解題。
(一)說明「商式」及「餘式」的意義及限制。
幫助學生複習整數除法直式算則舊經驗，然後再將方法類比至多項式除法，例如：
$\begin{array}{r} 13 \\ 12\overline{)158} \\ 12 \\ \hline 38 \\ 36 \\ \hline 2 \end{array}$ → $\begin{array}{r} 1\times10+3 \\ 1\times10+2\overline{)1\times10^2+5\times10+8} \\ 1\times10^2+2\times10 \\ \hline 3\times10+8 \\ 3\times10+6 \\ \hline 2 \end{array}$ → $\begin{array}{r} 1\times x+3 \\ 1\times x+2\overline{)1\times x^2+5\times x+8} \\ 1\times x^2+2\times x \\ \hline 3\times x+8 \\ 3\times x+6 \\ \hline 2 \end{array}$
(二)幫學生複習多項式的乘法
例如：$6x(x+2)=6x^2+12$
(三)幫學生複習除式為單項式的除法
例如：$6x^2\div(2x)=3x$</td></tr>
</table>

(四)$(4x^2+x-3)\div(x+2)$的直式紀錄為

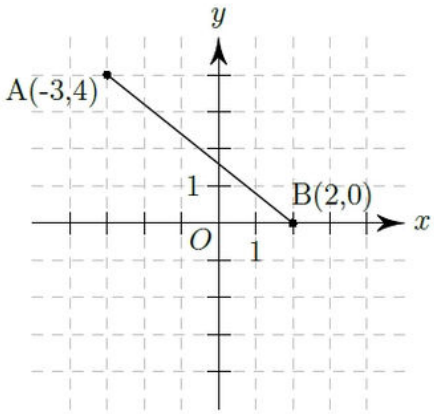


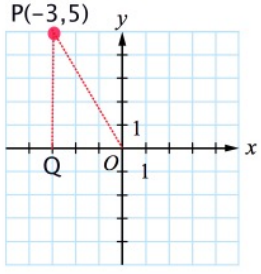
(五)x 的次數比除數小的就不必再計算，就是餘式。

所以，商式 $4x-7$，餘式 11。

對應教材：AC-8-3-3

113 年 5 月篩選測驗 8 年級　題號：22

<table>
<tr><td>科別</td><td>試題年級</td><td>受測年級</td><td>試題編號</td></tr>
<tr><td>數學</td><td>8</td><td>8</td><td>202405M8G022
11305M8G22</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">如圖，已知 $A(-3,4)$ ，$B(2,0)$ ，請問 $\overline{AB}=?$
 

(1) $\sqrt{41}$　(2) $\sqrt{9}$　(3) 5　(4) 4</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>1</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td><td>題型</td><td>選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="4">G-8-1 直角坐標系上兩點距離公式：直角坐標系上兩點 A(a,b)和 B(c,d)的距離為 $\overline{AB}=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$ ；生活上相關問題。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="2">GC-8-1-1 直角坐標上兩點的距離公式：若 A(a,b)，B(c,d)則 $\overline{AB}=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$</td><td>內容領域</td><td>坐標幾何</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="4">**評量重點：**
本題給定坐標平面上兩點及其坐標，要求學生算出其距離，評量學生利用直角坐標上兩點距離公式解題的能力。
教學建議：
(一)先複習畢氏定理。
(二)下面以「直角坐標平面上，P 點坐標為(-3,5)，請問 P 點與原點的距離為何？」為例，說明如何幫助學生解題。
1.將 P 點標示在直角坐標上，先連接 P 點與原點 O，並畫出 P 點至 x 軸的垂線(垂足為 Q)，得到直角三角形 OPQ。
 
</td></tr>
</table>

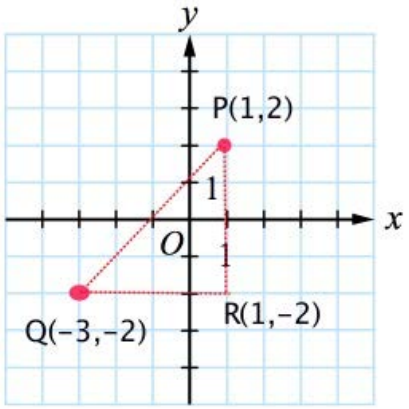
2.利用畢氏定理計算出 $\overline{OP}$ 的長度。

$\overline{PQ}=5$，$\overline{OQ}=3$

$\overline{OP}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$

(三)下面再以「直角坐標平面上，P 點坐標為(1,2)，Q 點坐標為(-3,-2)，請問 $\overline{PQ}=?$」為例，說明如何幫助學生解題。

1.將 *P* 點與 Q 點分別標示在直角坐標上，連接 P 點與 Q 點，並畫出 P 點與 *x* 軸的垂直線及 Q 點與 *y* 軸的垂直線，兩線交於 R 點，得到直角三角形 PQR。



$\overline{QR}=1-(-3)=4$

$\overline{PR}=2-(-2)=4$

$\overline{PQ}=\sqrt{[1-(-3)]^2+[2-(-2)]^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

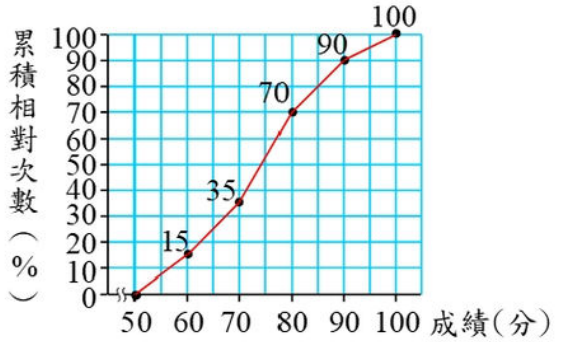
2.此時引導學生觀察 1、-3 及 2、-2 分別是 P 點、Q 點的 *x* 坐標與 *y* 坐標。

同時可提醒$[1-(-3)]^2=[(-3)-1]^2$,$[2-(-2)]^2=[(-2)-2]^2$，以加強學生對直角坐標上兩點的距離公式的印象：

若 A(a,b)，B(c,d)，則 $\overline{AB}=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$ 。

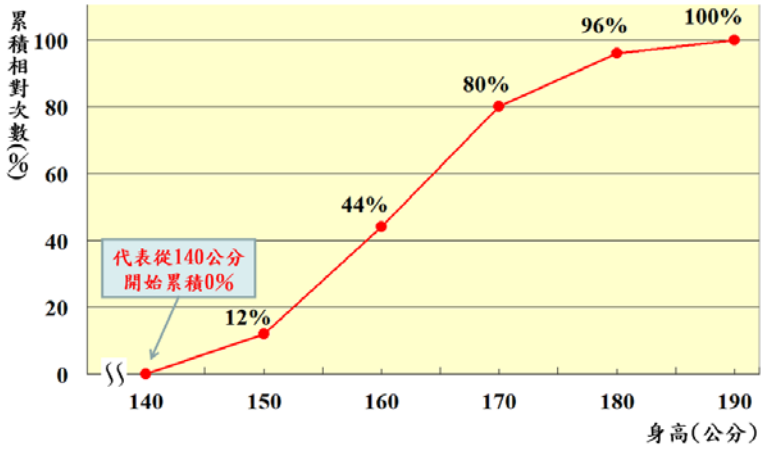
對應教材：GC-8-1-1

113 年 5 月篩選測驗 8 年級　題號：24

<table>
<tr><th></th><th>試題年級</th><th>受測年級</th><th>試題編號</th></tr>
<tr><td>數學</td><td>8</td><td>8</td><td>202405M8D024
11305M8D24</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">下圖為八年級數學段考成績累積相對次數分配折線圖，
已知八年級共有 40 位學生。
 

八年級數學段考成績累積相對次數分配折線圖

下列敘述何者錯誤？
(1) 數學段考成績未滿 60 分的人數有 6 人
(2) 數學段考成績在 80 分以上的人數有 28 人
(3) 50 ～ 70 分的人數跟 70 ～ 80 分的人數一樣多
(4) 80 ～ 90 分的人數是 90 ～ 100 分的人數的 2 倍</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>2</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td><td>題型</td><td>選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="5">D-8-1 統計資料處理：累積次數、相對次數、累積相對次數折線圖。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="3">DC-8-1-2 累積相對次數折線圖。</td><td>內容領域</td><td>資料與不確定性</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="5">評量重點：
本題給定累積相對次數分配的折線圖，要求學生選出正確的敘述，評量學生是否理解累積相對次數分配折線圖的意義。
教學建議：
(一)複習由累積相對次數分配表繪製累積相對次數分配折線圖的過程。
(二)再以中山國中二年三班 25 位學生，身高累積相對次數分配折線圖為例，判斷圖形中呈現的數據意義。</td></tr>
</table>



中山國中二年三班學生身高累積相對次數分配折線圖

可從圖中讀出以下訊息：

1. 累積到 150 公分的人佔全體的 12%。
2. 累積到 160 公分的人佔全體的 44%，故 150 公分以上、未滿 160 公分的人，佔全體的 44%-12%＝32%。
3. 累積到 170 公分的人佔全體的 80%，故全班未滿 170 公分的人數為 25×80%＝20(人)。
4. 160 公分以上未滿 180 公分的人數佔比相當於：
   未滿 180 公分的人數佔比減去未滿 160 公分的人數佔比
   96%－44%=52%，共有 25×52%＝13(人)。

對應教材：DC-8-1-2

113 年 5 月篩選測驗 8 年級　題號：15

<table>
<tr><td></td><td>試題年級</td><td>受測年級</td><td>試題編號</td></tr>
<tr><td>數學</td><td>8</td><td>8</td><td>202405M8A015
11305M8A15</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">請問 $(x+1)$ 是下列哪個多項式的因式？
(1) $(x+1)(x+2)-(x+1)(x-2)$
(2) $(x+1)(x+2)-(x-1)(x-2)$
(3) $(x-1)(x+2)-(x+1)(x-2)$
(4) $(x-1)(x+2)-(x-1)(x-2)$</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>1</td><td>認知歷程向度　概念理解　題型　選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="3">A-8-4 因式分解：因式的意義（限制在二次多項式的一次因式）；二次多項式的因式分解意義。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td>AC-8-4-1 整係數多項式的因式、倍式。</td><td>內容領域　代數</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="3">評量重點：
本題給定一次式，要求學生選出因式含有該一次式的多項式，評量學生是否理解多項式因式與倍式的意義。
教學建議：
(一)複習整數的因數、倍數關係，再類推到多項式的因式、倍式關係。
1.12＝3×4，表示 12 是 3 的倍數，也是 4 的倍數；反過來說 3 和 4 都是 12 的因數。
2.$2x^2+3x+1=(2x+1)\times(x+1)$，表示 $2x^2+3x+1$ 是$(2x+1)$的倍式，也是$(x+1)$ 的倍式；反過來說$(2x+1)$和$(x+1)$都是 $2x^2+3x+1$ 的因式。
3.若$(2x+1)$和$(x+1)$都是二次多項式 A 的因式，則二次多項式 A 可能為$(x+1)(2x+1)$或 $a(x+1)(2x+1)$，其中 a 為常數。
(二)複習整數除以整數得商數與餘數，並利用除法原理改寫成乘法算式，如下：
12÷3 得商數為 4，餘數為 0，改寫成 12＝3×4＋0。
其次，類推到多項式的除法運算，並改寫成乘法算式，如下：
$(2x^2+3x+1)\div(2x+1)$ 的商式為 $x+1$，餘式為 0，改寫成 $2x^2+3x+1=(2x+1)(x+1)+0$。
(三)再複習整數時，給定乘法算式，學生能知道「積為被乘數和乘數的倍數」，以及「被乘數和乘數都是積的因數」。
以 12=3×4 為例說明：12 是 3 的倍數，也是 4 的倍數；3 和 4 都是 12 的因數。</td></tr>
</table>

	其次，類推到給定多項式的乘法算式，學生能知道「積式為被乘式和乘式的倍式」，以及「被乘式和乘式都是積式的因數」。 以$(2x^2+3x+1)=(2x+1)(x+1)$ 為例說明： $(2x^2+3x+1)$是$(2x+1)$的倍式，也是$(x+1)$的倍式；$(2x+1)$和$(x+1)$都是 $2x^2+3x+1$ 的因式。 (四)給定餘式為 0 的除法算式，例如$(2x^2+3x+1)\div(2x+1)=x+1$，透過步驟(一)改寫成寫成乘法算式，再透過步驟(二)得知其三者之間因式與倍式的關係，幫助學生理解「給定餘式為 0 的除法算式，可得被除式為除式和商式的倍式，以及除式和商式都是被除式的因式」。 **對應教材**：AC-8-4-1