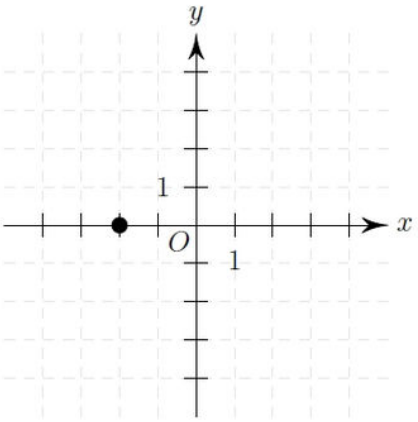
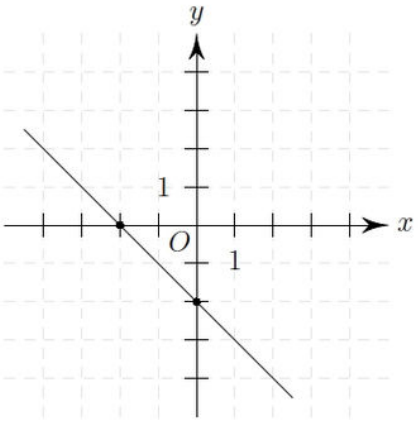
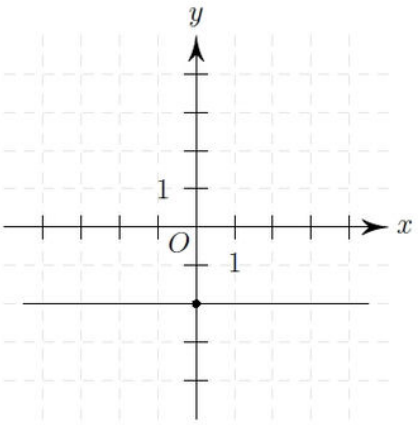
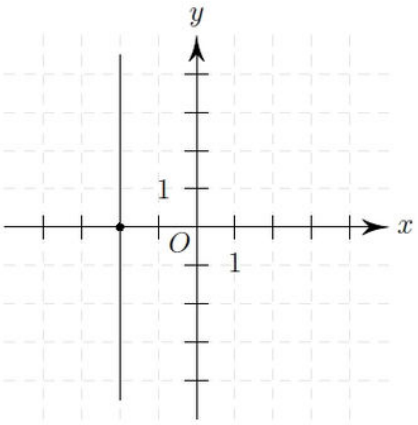
**113 年 5 月篩選測驗 7 年級　題號：22**

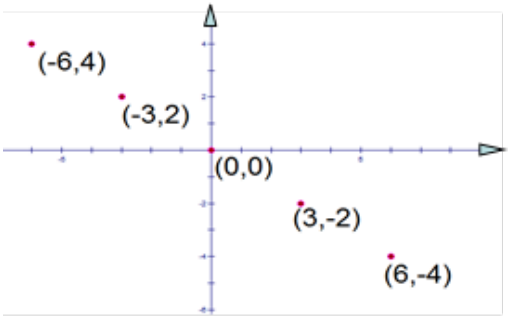
<table>
<tr><th>科別</th><th>試題年級</th><th>受測年級</th><th>試題編號</th></tr>
<tr><td rowspan="2">數學</td><td rowspan="2">7</td><td rowspan="2">7</td><td>202405M7A022</td></tr>
<tr><td>11305M7A22</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">阿宏用代入消去法解二元一次聯立方程式<br>$\begin{cases} 2x = 5y - 14 \ldots ① \\ 4x + y = 16 \ldots ② \end{cases}$，<br>他將第①式代入第②式，<br>請問下列哪個選項為代入後得到的方程式？<br>(1) $2(5y - 14) + y = 16$<br>(2) $4(5y - 14) + y = 16$<br>(3) $5y - 14 + y = 16$<br>(4) $8(5y - 14) + y = 16$</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>1</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td><td>題型</td><td>選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="5">A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="3">AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式。</td><td>內容領域</td><td>代數</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="5">評量重點：<br>本題給定二元一次聯立方程式，要求學生選出代入後的方程式，評量學生是否具備運用代入消去法解題的能力。<br>教學建議：<br>下面以「求解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ 3y=x+1 \end{cases}$ 」為例，說明如何幫助學生解題。<br>(一)以代入消去法求解：<br>請學生觀察 $\begin{cases} 2x-3y=4\text{---}① \\ 3y=x+1\text{---}② \end{cases}$ ，①式與②式均有 $3y$，<br>其次讓學生將②代入①，$2x-(x+1)=4$，解出 $x=5$。<br>將 $x=5$ 代入②式，解得 $y=2$。<br>1.將②代入①，教師可提問：「我們可以將(2)的 $3y$ 換成多少？」幫助學生理解代入的意義。<br>2.代入後，教師應注意學生容易寫成「$2x-x+1=4$」，忽略括號的使用，造成後續運算錯誤。</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| | (二)以加減消去法求解：<br>請學生先觀察聯立方程式兩式中 $x$、$y$ 項係數，提問：「可否透過加減法消去其中一項未知數？」<br>請學生練習 $3y=x+1$ 移項，則方程式為 $\begin{cases}2x-3y=4\\-x+3y=1\end{cases}$ 、或 $\begin{cases}2x-3y=4\\x-3y=-1\end{cases}$<br>如果學生無法完成，建議教師協助學生複習等量公理等概念。<br>$\begin{cases}2x-3y=4\text{---①}\\-x+3y=1\text{---②}\end{cases}$<br>讓學生練習①＋②，得 $x=5$，代入某一式，解出 $y=2$。<br>$\begin{cases}2x-3y=4\text{---①}\\x-3y=-1\text{---②}\end{cases}$<br>讓學生練習①－②，得 $x=5$，代入某一式，解出 $y=2$。<br>1.建議教師可視學生學習情況，提問：「是否可以消去 $y$ 項？」讓加減消去法的策略完整。<br>2.教師可引導學生回顧求解過程，從原先二元一次聯立方程式，透過代入消去法或加減消去法，進而分別求解 $x$、$y$ 的一元一次方程式，建立解二元一次聯立方程式的目標與方向。<br>**對應教材**：AC-7-5-1 |

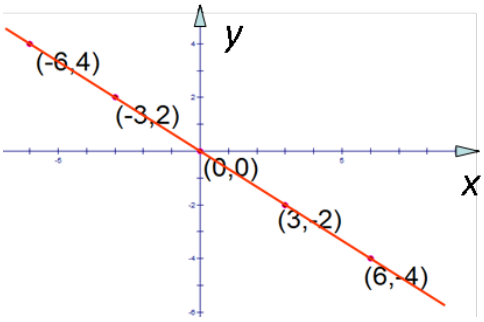
**113 年 5 月篩選測驗 7 年級　題號：24**

<table>
<tr><th></th><th>試題年級</th><th>受測年級</th><th>試題編號</th></tr>
<tr><td>數學</td><td>7</td><td>7</td><td>202405M7A024<br>11305M7A24</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">下列何者為二元一次方程式 $x+0y=-2$ 的圖形？<br>(1)<br>  <br><br>(2)<br>  <br><br>(3)<br>  <br><br>(4)<br>  <br></td></tr>
<tr><td>答案</td><td>4</td><td>認知歷程向度</td><td>概念理解</td><td>題型</td><td>選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="4">A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義：ax+by=c 的圖形；y=c 的圖形（水平線）；x=c 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式只處理相交且只有一個交點的情況。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="2">AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形。</td><td>內容領域</td><td>代數</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="4">評量重點：<br>本題給定二元一次方程式，要求學生選出正確的圖形，評量學生在直角坐標平面上描繪二元一次方程式圖形的能力。<br>教學建議：<br>(一)底下以「描繪 $2x+3y=0$ 的圖形」為例，說明如何幫助學生解題：<br>解：<br>先找到部份整數解<br><table><tr><td>$x=$</td><td>$-6$</td><td>$-3$</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>$y=$</td><td>4</td><td>2</td><td>0</td><td>$-2$</td><td>$-4$</td></tr></table>將此五組解轉成在坐標平面上的 5 個點，如(圖一)所示，讓學生察</td></tr>
</table>

覺具有直線的趨勢，若能找出更多的解，並標定在坐標平面上，可得到二元一次方程式為一直線，如(圖二)。




(圖一)




(圖二)

(二)隨意找出直線上的點並將其坐標代入直線方程式，發現其對應的 $x, y$ 值也會是 二元一次方程式 $y=ax+b$ 的解，例如：(-9,6)以 $x=-9$, $y=6$ 也會是二元一次方程式 $2x+3y=0$ 的解。

(三)以後為了方便畫二元一次方程式的圖形(直線)，可直接取二組解轉為二個點坐標，最後連成直線，即為所求。

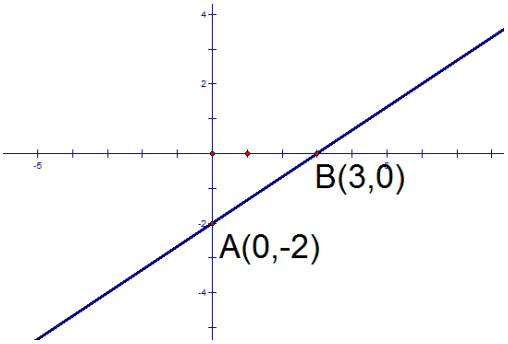
(四)底下再以「描繪 $2x-3y=6$ 的圖形」為例，說明如何幫助學生解題：

解：先求出兩組解(為求描繪方便，先找整數解)

1.設 $x=0$，得 $y=-2$，描繪 A(0,－2)

2.設 $y=0$，得 $x=3$，描繪 B(3,0)

3.將 A、B 兩點連成直線



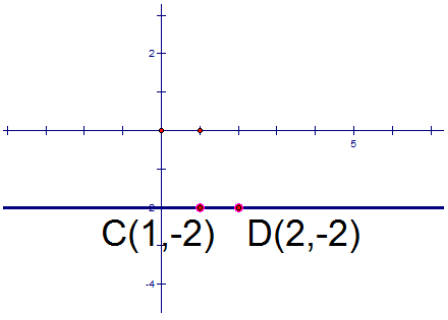

(五)底下最後以「描繪 $-3y=6$ 的圖形」為例，說明如何幫助學生解題：

解：

1.可將 $-3y=6$ 視為 $0x-3y=6$

2.求出兩組解並轉成點坐標，例如 C(1,－2)、D(2,－2)

3.將 C、D 兩點連成直線，可看出 CD 直線為垂直 y 軸的直線




**對應教材**：AC-7-6-1

**113 年 5 月篩選測驗 7 年級　題號：20**

<table>
<tr><td>科別</td><td colspan="2">試題年級</td><td colspan="2">受測年級</td><td colspan="2">試題編號</td></tr>
<tr><td rowspan="2">數學</td><td colspan="2" rowspan="2">7</td><td colspan="2" rowspan="2">7</td><td colspan="2">202405M7N020</td></tr>
<tr><td colspan="2">11305M7N20</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="6">計算 $4+(-4)\div\frac{5}{2}=?$<br>(1) $\frac{5}{2}$　(2) $\frac{12}{5}$　(3) $\frac{18}{5}$　(4) 0</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>2</td><td>認知歷程向度</td><td>程序執行</td><td>題型</td><td colspan="2">選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="6">N-7-3 負數與數的四則混合運算(含分數、小數)：使用「正、負」表徵生活中的量；相反數；數的四則混合運算。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="4">NC-7-3-3 數的四則混合運算。</td><td>內容領域</td><td>數與量</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="6">評量重點：<br>本題給定四則混合算式，要求學生算出答案，評量學生是否具備整數與分數的四則混合運算的能力。<br>教學建議：<br>(一)下面先說明「多步驟運算次序」的意義，再說明如何幫助學生解題：<br>1.多步驟運算次序的意義<br>「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：<br>步驟一：括號的部份要先算(簡稱為「括號先算」)；<br>步驟二：包含「乘、除」和「加、減」運算符號的算式，但是沒有括號，先計算「乘、除」部分，再計算「加、減」。(簡稱為「先乘除後加減」)。<br>步驟三：當我們要計算乘和除的部份，而沒有括號時，我們要由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，我們要由最左邊開始往右邊依序計算(合併簡稱為由左往右算)。<br>2.幫助學生解題<br>建議教師透過下面的步驟，幫助學生掌握多步驟計算題運算次序的約定。<br>步驟一：舉例說明兩步驟計算問題的運算次序，兩步驟計算問題只用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中一個約定。<br>a.括號先算：13－(2＋5)＝13－7，7×(5－2)＝7×3</td></tr>
</table>

b.先乘除後加減：5＋3×4＝5＋12，12－6÷2＝12－3

c.由左往右算：12＋3－5＝15－5，12÷3×2＝4×2

步驟二：舉例說明三步驟計算問題的運算次序

三步驟計算問題同時用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中兩個約定。

a.括號先算，再先乘除後加減：

21＋(2＋5) ×2＝21＋7×2＝21＋14，

42－3×(7－2)＝42－3×5＝42－15

b.括號先算，再由左往右算：

21－(3＋5)－2＝21－8－2＝13－2

12－3－(2＋5)＝12－3－7＝9－7

c.先乘除後加減，再由左往右算：

12＋3×5－4＝12＋15－4＝27－4

12－3＋12÷2＝12－3＋6＝9＋6

步驟三：舉例說明多步驟計算問題的運算次序

多步驟計算問題可能同時用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」三個約定。

12＋6×4÷(3＋5)＋7

＝12＋6×4÷8＋7

＝12＋24÷8＋7

＝12＋3＋7＝15＋7

步驟四：舉例說明算式中有兩個小括號時，依由左往右算的順序，先算左邊的小括號，再算右邊的小括號，沒有小括號後，再依先「先乘除後加減」、再「由左往右算」的順序解題。

(14＋16)×12÷(36－30)＋215

＝30×12÷(36－30)＋215

＝30×12÷6＋215

＝360÷6＋215

＝60＋215＝275

步驟五：多舉一些例子，幫助學生熟悉「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。

(二)下面以「$4+(-2)\div\frac{3}{4}$＝？」為例，說明如何幫助學生解題。

1.先複習整數與分數的除法運算

$(-2)\div\frac{3}{4}$意思就是以$\frac{3}{4}$為單位，最好計算的單位是 1，

因此當$\frac{3}{4}$變成 1 時，就可得到答案；因為$\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=1$，

所以(-2)也要同乘$\frac{3}{4}$

因此，可得「除以一個分數」，就是「乘以它的倒數」

$(-2)\div\frac{3}{4}=(-2)\times\frac{3}{4}=-\frac{3}{2}$

| | |
|---|---|
| | 2.回到原問題，計算「$4+(-2)\div\frac{3}{4}=?$」<br>這個算式中，有加法和除法，要先乘除後加減，計算如下：<br>$4+(-2)\div\frac{3}{4}=4+(-\frac{3}{2})=\frac{5}{2}$<br>**對應教材：**NC-7-3-3b |

**113 年 5 月篩選測驗 7 年級　題號：21**

<table>
<tr><th>科別</th><th>試題年級</th><th>受測年級</th><th>試題編號</th></tr>
<tr><td>數學</td><td>7</td><td>7</td><td>202405M7N021<br>11305M7N21</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">下列何者為 $2^3 \times 3 \times 5$ 、$2^2 \times 3^2 \times 5$ 的最小公倍數？<br>(1) $2 \times 3 \times 5$<br>(2) $2^2 \times 3 \times 5$<br>(3) $2^3 \times 3^2 \times 5$<br>(4) $2^3 \times 3^3 \times 5^3$</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>3</td><td>認知歷程向度</td><td>概念理解</td><td>題型</td><td>選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="4">N-7-2 質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="2">NC-7-2-2 能用質因數分解法及短除法求最大公因數及最小公倍數。</td><td>內容領域</td><td>數與量</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="4">評量重點：<br>本題給定兩個數的標準分解式，要求學生求出最小公倍數，評量學生利用質因數分解法求最小公倍數的能力。<br>教學建議：<br>(一)複習國小以質因數連乘積求最小公倍數與最大公因數：<br>下面以「找出 30 和 36 的最小公倍數」為例，說明如何幫助學生用質因數分解法解題。<br>步驟一：先將 30 及 36 進行質因數分解：30＝2×3×5；36＝2×2×3×3。<br>步驟二：幫助學生看到 2×2×3×3 再乘上 5 就是 30 的倍數，<br>所以 2×2×3×3×5 就是 30 和 36 的最小公倍數。<br>步驟三：透過觀察下面的分解式<br>30= $2 \times 3$ $\times 5$<br>36= $2 \times 2 \times 3 \times 3$<br>幫助學生發現最小公倍數是質因數的乘積，但是共同的質因數只要乘一次。因此[30,36]=2×2×3×3×5<br>(二)複習以短除法求最大公因數與最小公倍數：<br>1.找出兩數的最大公因數<br>下面以「找出 30 和 42 的最大公因數」為例，再以「找出 30 和 42 的最小公倍數」為例，說明如何幫助學生解題。<br>步驟一：先將 30 及 42 進行質因數分解：<br>30＝2×3×5；42＝2×3×7</td></tr>
</table>

步驟二：接著幫助學生找出

30 的因數是 1、2、3、5、2×3、2×5、3×5、2×3×5

42 的因數是 1、2、3、7、2×3、2×7、3×7、2×3×7

步驟三：幫助學生察覺公因數是 1、2、3、2×3，最大公因數是 2×3，也就是共同質因數的乘積。

步驟四：幫助學生利用短除法找出共同的質因數，共同的質因數是 30 和 42 的公因數，共同質因數的乘積就是 30 和 42 的最大公因數。

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 30 | 42 |
| 3 | 15 | 21 |
| | 5 | 7 |

→5 和 7 互質

最大公因數：2×3

2.找出兩數的最小公倍數

步驟一：先將 30 及 42 進行質因數分解：

30＝2×3×5；42＝2×3×7

步驟二：以 30(2×3×5)為基準，幫助學生察覺(2×3×5)再乘以 7 就是 42 的倍數，所以 2×3×5×7 是 30 和 42 的最小公倍數，

其中 2、3 是共同的質因數，5 和 7 是剩下來的質因數。

步驟三：幫助學生利短除法找出共同的質因數，共同質因數和剩下因數的乘積就是最小公倍數。

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 30 | 42 |
| 3 | 15 | 21 |
| | 5 | 7 |

→5 和 7 互質

最小公倍數：2×3×5×7

(三)建立以標準分解式判斷一數是否為另一數的因數或倍數：

1.底下以「判別 $2\times3^3$ 是否為 $2^2\times3^2$ 的倍數？」說明如何幫助學生解題。

因為 $(2\times3^3)\div(2^2\times3^2)=\dfrac{2\times3^3}{2^2\times3^2}=\dfrac{\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times3}{2\times\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{3}}=\dfrac{3}{2}$（不是整數），

所以 $2\times3^3$ 不是 $2^2\times3^2$ 的倍數。

2.底下以「判別 $2\times3^2$ 是否為 $2\times3^3\times5$ 的因數」說明如何幫助學生解題。

方法一：用指數律來判斷，因為 $2\times3^3\times5=(2\times3^2)\times3\times5$，

所以 $2\times3^3\times5$ 是 $2\times3^2$ 的倍數，$2\times3^2$ 是 $2\times3^3\times5$ 的因數。

方法二：先改寫成質因數連乘積再判斷

因為 $2\times3^3\times5=2\times3\times3\times3\times5$，$2\times3^2=2\times3\times3$

因為 $2\times3^3\times5=2\times3\times3\times3\times5=(2\times3\times3)\times3\times5=(2\times3^2)\times3\times5$，

所以 $2\times3^3\times5$ 是 $2\times3^2$ 的倍數，$2\times3^2$ 是 $2\times3^3\times5$ 的因數。

(四)建立利用標準分解式判斷因數及倍數的準則。

將 $a$、$b$ 兩數寫成標準分解式時，

1.當 $a$ 為 $b$ 的倍數，則 $b$ 的質因數都是 $a$ 的質因數，且 $b$ 的每個質

| | |
|---|---|
| | 因數的次方小於或等於 $a$ 相同質因數的次方。例如：$2\times3^3\times5$ 是 $2\times3^2$ 的倍數。<br>2.當 $a$ 為 $b$ 的因數，則 $a$ 的質因數都是 $b$ 的質因數，且 $a$ 的每個質因數的次方小於或等於 $b$ 相同質因數的次方。例如：$2\times3^2$ 是 $2\times3^3\times5$ 的因數。<br>**對應教材**：NC-7-2-2 |

**113 年 5 月篩選測驗 7 年級　題號：25**

<table>
<tr><th>科別</th><th>試題年級</th><th>受測年級</th><th>試題編號</th></tr>
<tr><td>數學</td><td>7</td><td>7</td><td>202405M7N025<br>11305M7N25</td></tr>
<tr><td>題目</td><td colspan="3">下列哪個選項的 $x$ 與 $y$ 成反比？<br>(1)<br>$x$ | 8 | 2 | 6 | 4 | 24<br>$y$ | 9 | 36 | 12 | 18 | 3<br>(2)<br>$x$ | $-3$ | $-2$ | 0 | 1 | 4<br>$y$ | 3 | 2 | 0 | $-1$ | $-4$<br>(3)<br>$x$ | $-3$ | $-2$ | 2 | 3 | 4<br>$y$ | 3 | 2 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$<br>(4)<br>$x$ | $-4$ | $-2$ | 1 | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$<br>$y$ | 8 | 4 | $-2$ | $-1$ | $\frac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td>答案</td><td>1</td><td>認知歷程向度</td><td>概念理解</td><td>題型</td><td>選擇題</td></tr>
<tr><td>學習內容</td><td colspan="4">N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。<br>備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。</td></tr>
<tr><td>基本學習內容</td><td colspan="2">NC-7-9-2 正比與反比。</td><td>內容領域</td><td>數與量</td></tr>
<tr><td>施測後回饋訊息</td><td colspan="4">評量重點：<br>本題給定 x、y 對應的四組數據，要求學生選出 x 與 y 成反比的選項，評量學生是否理解反比的意義。<br>教學建議：<br>(一)複習「最簡整數比」與「比值」的意義。<br>列表呈現二維數據並計算各個比與比值，教師幫助學生看到此二維數據的「最簡整數比」都相同，且「比值」也都相等。<br>(二)進行「正比」的教學。<br>1.講解「正比」的意義。<br>正比：若二維數據的「最簡整數比」都相同，也就是「比值」都相等，我們稱此二維數據成正比。當二維數據 y、x 成正比時，y 和 x</td></tr>
</table>

的比值都相等，因此 $\frac{y}{x}=k$，也就是 $y=kx$。所以，$x$ 與 $y$ 成正比時，$x$、$y$ 的關係式可以寫成 $y=kx$。

2.以上定義學生若不清楚，以生活情境的例子說明「正比」的意義。

例如：水餃每顆都一樣大，水餃包越多顆，餡料就必須準備得越多。

| 水餃(顆) | 總餡料(克) |
|---|---|
| 10 | 250 |
| 20 | 500 |
| 40 | 1000 |
| $a$ | ? |

根據上表，引導學生發現「每顆水餃 25 克，包 $a$ 顆，需要 $25a$ 克的餡料」。

3.再將情境抽離，討論以下表格：

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 10 | 250 |
| 20 | 500 |
| 40 | 1000 |
| 60 | 1500 |

根據上表，引導學生發現「$y=25x$ 的關係」。

(三)進行「反比」的教學。

1.以生活情境的例子說明 $y$ 與 $\frac{1}{x}$ 成正比，則稱 $y$ 與 $x$ 成「反比」的意義。

爺爺購買每斤 $x$ 元的茶葉 $y$ 斤，總價為 1000 元

| $x$ | 1000 | 500 | 250 | 200 | 125 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x}$ | $\frac{1}{1000}$ | $\frac{1}{500}$ | $\frac{1}{250}$ | $\frac{1}{200}$ | $\frac{1}{125}$ |
| $y$ | 1 | 2 | 4 | 5 | 8 |

2.若兩個變數 $x$、$y$，當 $y$ 與 $x$ 成「反比」時，則會保持 $x$ 值和 $y$ 值的乘積是某一固定的值(以 $k$ 表示，$k\neq0$)，即 $x$、$y$ 的關係式寫成 $xy=k$。

3.再以生活情境的例子，幫助學生利用 $xy=k$ 判斷 $y$ 與 $x$ 是否成「反比」。以面積為 100 平方公分的長方形為例，長為 $x$ 公分，寬為 $y$ 公分，如下表：

| $x$ | 100 | 50 | 25 | 20 | 10 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | 2 | 4 | 5 | 10 | 20 |

幫助學生發現 $xy=100$。

**對應教材：**NC-7-9-2