

科別	試題年級	受測年級	試題編號		
數學	7	7	202405M7A022		
			11305M7A22		
題目	<p>阿宏用代入消去法解二元一次聯立方程式</p> $\begin{cases} 2x = 5y - 14 \dots \textcircled{1} \\ 4x + y = 16 \dots \textcircled{2} \end{cases},$ <p>他將第①式代入第②式，</p> <p>請問下列哪個選項為代入後得到的方程式？</p> <p>(1) $2(5y - 14) + y = 16$</p> <p>(2) $4(5y - 14) + y = 16$</p> <p>(3) $5y - 14 + y = 16$</p> <p>(4) $8(5y - 14) + y = 16$</p>				
答案	1	認知歷程向度	程序執行	題型	選擇題
學習內容	A-7-5 二元一次聯立方程式的解法與應用：代入消去法；加減消去法；應用問題。				
基本學習內容	AC-7-5-1 代入消去法或加減消去法解二元一次聯立方程式。			內容領域	代數
施測後回饋 訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定二元一次聯立方程式，要求學生選出代入後的方程式，評量學生是否具備運用代入消去法解題的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>下面以「求解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 3y = x + 1 \end{cases}$」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>(一)以代入消去法求解：</p> <p>請學生觀察 $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \dots \textcircled{1} \\ 3y = x + 1 \dots \textcircled{2} \end{cases}$，①式與②式均有 3y，</p> <p>其次讓學生將②代入①，$2x - (x + 1) = 4$，解出 $x = 5$。</p> <p>將 $x = 5$ 代入②式，解得 $y = 2$。</p> <p>1. 將②代入①，教師可提問：「我們可以將(2)的 3y 換成多少？」幫助學生理解代入的意義。</p> <p>2. 代入後，教師應注意學生容易寫成「$2x - x + 1 = 4$」，忽略括號的使用，造成後續運算錯誤。</p>				

(二)以加減消去法求解：

請學生先觀察聯立方程式兩式中 x 、 y 項係數，提問：「可否透過加減法消去其中一項未知數？」

請學生練習 $3y = x + 1$ 移項，則方程式為 $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -x + 3y = 1 \end{cases}$ 、或

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

如果學生無法完成，建議教師協助學生複習等量公理等概念。

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \text{---} \textcircled{1} \\ -x + 3y = 1 \text{---} \textcircled{2} \end{cases}$$

讓學生練習 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ ，得 $x = 5$ ，代入某一式，解出 $y = 2$ 。

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \text{---} \textcircled{1} \\ x - 3y = -1 \text{---} \textcircled{2} \end{cases}$$

讓學生練習 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ ，得 $x = 5$ ，代入某一式，解出 $y = 2$ 。

1.建議教師可視學生學習情況，提問：「是否可以消去 y 項？」

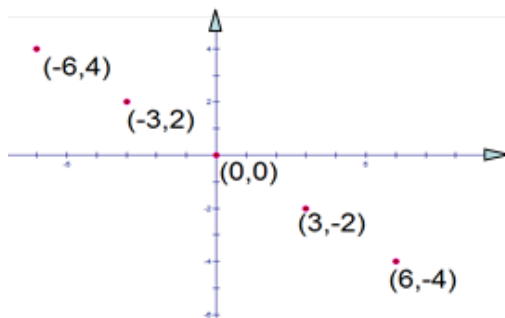
讓加減消去法的策略完整。

2.教師可引導學生回顧求解過程，從原先二元一次聯立方程式，透過代入消去法或加減消去法，進而分別求解 x 、 y 的一元一次方程式，建立解二元一次聯立方程式的目標與方向。

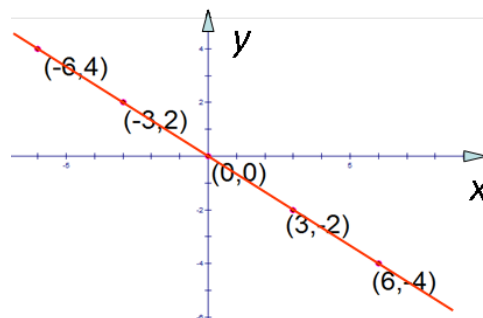
對應教材：AC-7-5-1

	試題年級	受測年級	試題編號														
數學	7	7	202405M7A024														
			11305M7A24														
題目	<p>下列何者為二元一次方程式 $x + 0y = -2$ 的圖形？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(1)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(2)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>(3)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(4)</p> </div> </div>																
答案	4	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題												
學習內容	A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義： $ax+by=c$ 的圖形； $y=c$ 的圖形（水平線）； $x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式只處理相交且只有一個交點的情況。																
基本學習內容	AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形。			內容領域	代數												
施測後回饋訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定二元一次方程式，要求學生選出正確的圖形，評量學生在直角坐標平面上描繪二元一次方程式圖形的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)底下以「描繪 $2x+3y=0$ 的圖形」為例，說明如何幫助學生解題：</p> <p>解：</p> <p>先找到部份整數解</p> <table style="margin-left: 20px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">$x =$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">-6</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">-3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">$y =$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">4</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">-2</td> <td style="padding: 0 5px;">-4</td> </tr> </table> <p>將此五組解轉成在坐標平面上的 5 個點，如(圖一)所示，讓學生察</p>					$x =$	-6	-3	0	3	6	$y =$	4	2	0	-2	-4
$x =$	-6	-3	0	3	6												
$y =$	4	2	0	-2	-4												

覺具有直線的趨勢，若能找出更多的解，並標定在坐標平面上，可得到二元一次方程式為一直線，如(圖二)。



(圖一)



(圖二)

(二) 隨意找出直線上的點並將其坐標代入直線方程式，發現其對應的 x, y 值也會是二元一次方程式 $y=ax+b$ 的解，例如： $(-9, 6)$ 以 $x=-9, y=6$ 也會是二元一次方程式 $2x+3y=0$ 的解。

(三) 以後為了方便畫二元一次方程式的圖形(直線)，可直接取二組解轉為二個點坐標，最後連成直線，即為所求。

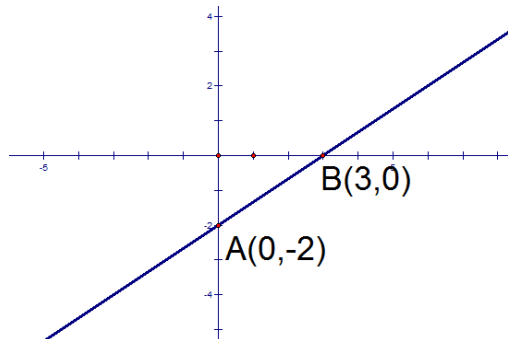
(四) 底下再以「描繪 $2x-3y=6$ 的圖形」為例，說明如何幫助學生解題：

解：先求出兩組解(為求描繪方便，先找整數解)

1. 設 $x=0$ ，得 $y=-2$ ，描繪 $A(0, -2)$

2. 設 $y=0$ ，得 $x=3$ ，描繪 $B(3, 0)$

3. 將 A, B 兩點連成直線

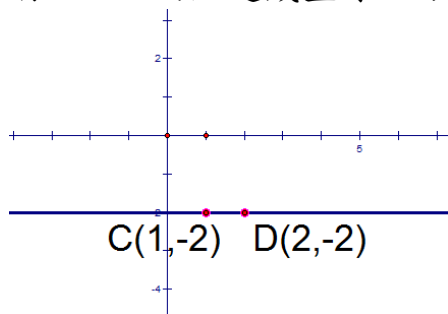


(五) 底下最後以「描繪 $-3y=6$ 的圖形」為例，說明如何幫助學生解題：

1. 可將 $-3y=6$ 視為 $0x-3y=6$

2. 求出兩組解並轉成點坐標，例如 $C(1, -2), D(2, -2)$

3. 將 C, D 兩點連成直線，可看出 CD 直線為垂直 y 軸的直線



科別	試題年級	受測年級	試題編號		
數學	7	7	202405M7N020		
			11305M7N20		
題目	計算 $4 + (-4) \div \frac{5}{2} = ?$ (1) $\frac{5}{2}$ (2) $\frac{12}{5}$ (3) $\frac{18}{5}$ (4) 0				
答案	2	認知歷程向度	程序執行	題型	選擇題
學習內容	N-7-3 負數與數的四則混合運算(含分數、小數)：使用「正、負」表徵生活中的量；相反數；數的四則混合運算。				
基本學習內容	NC-7-3-3 數的四則混合運算。			內容領域	數與量
施測後回饋 訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定四則混合算式，要求學生算出答案，評量學生是否具備整數與分數的四則混合運算的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一)下面先說明「多步驟運算次序」的意義，再說明如何幫助學生解題：</p> <p>1.多步驟運算次序的意義</p> <p>「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：</p> <p>步驟一：括號的部份要先算(簡稱為「括號先算」)；</p> <p>步驟二：包含「乘、除」和「加、減」運算符號的算式，但是沒有括號，先計算「乘、除」部分，再計算「加、減」。(簡稱為「先乘除後加減」)。</p> <p>步驟三：當我們要計算乘和除的部份，而沒有括號時，我們由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，我們由最左邊開始往右邊依序計算(合併簡稱為由左往右算)。</p> <p>2.幫助學生解題</p> <p>建議教師透過下面的步驟，幫助學生掌握多步驟計算題運算次序的約定。</p> <p>步驟一：舉例說明兩步驟計算問題的運算次序，兩步驟計算問題只用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中一個約定。</p> <p>a.括號先算：$13 - (2 + 5) = 13 - 7$，$7 \times (5 - 2) = 7 \times 3$</p>				

b.先乘除後加減： $5+3\times 4=5+12$ ， $12-6\div 2=12-3$

c.由左往右算： $12+3-5=15-5$ ， $12\div 3\times 2=4\times 2$

步驟二：舉例說明三步驟計算問題的運算次序

三步驟計算問題同時用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」其中兩個約定。

a.括號先算，再先乘除後加減：

$$21+(2+5)\times 2=21+7\times 2=21+14,$$

$$42-3\times(7-2)=42-3\times 5=42-15$$

b.括號先算，再由左往右算：

$$21-(3+5)-2=21-8-2=13-2$$

$$12-3-(2+5)=12-3-7=9-7$$

c.先乘除後加減，再由左往右算：

$$12+3\times 5-4=12+15-4=27-4$$

$$12-3+12\div 2=12-3+6=9+6$$

步驟三：舉例說明多步驟計算問題的運算次序

多步驟計算問題可能同時用到「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」三個約定。

$$\begin{aligned} &12+6\times 4\div(3+5)+7 \\ &=12+6\times 4\div 8+7 \\ &=12+24\div 8+7 \\ &=12+3+7=15+7 \end{aligned}$$

步驟四：舉例說明算式中有兩個小括號時，依由左往右算的順序，先算左邊的小括號，再算右邊的小括號，沒有小括號後，再依先「先乘除後加減」、再「由左往右算」的順序解題。

$$\begin{aligned} &(14+16)\times 12\div(36-30)+215 \\ &=30\times 12\div(36-30)+215 \\ &=30\times 12\div 6+215 \\ &=360\div 6+215 \\ &=60+215=275 \end{aligned}$$

步驟五：多舉一些例子，幫助學生熟悉「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」運算次序的約定。

(二)下面以「 $4+(-2)\div\frac{3}{4}=?$ 」為例，說明如何幫助學生解題。

1.先複習整數與分數的除法運算

$(-2)\div\frac{3}{4}$ 意思就是以 $\frac{3}{4}$ 為單位，最好計算的單位是1，

因此當 $\frac{3}{4}$ 變成1時，就可得到答案；因為 $\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=1$ ，

所以 (-2) 也要同乘 $\frac{3}{4}$

因此，可得「除以一個分數」，就是「乘以它的倒數」

$$(-2)\div\frac{3}{4}=(-2)\times\frac{3}{4}=-\frac{3}{2}$$

2.回到原問題，計算「 $4+(-2)\div\frac{3}{4}=?$ 」

這個算式中，有加法和除法，要先乘除後加減，計算如下：

$$4+(-2)\div\frac{3}{4}=4+(-\frac{3}{2})=\frac{5}{2}$$

對應教材：NC-7-3-3b

科別	試題年級	受測年級	試題編號		
數學	7	7	202405M7N021		
			11305M7N21		
題目	下列何者為 $2^3 \times 3 \times 5$ 、 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 的最小公倍數？ (1) $2 \times 3 \times 5$ (2) $2^2 \times 3 \times 5$ (3) $2^3 \times 3^2 \times 5$ (4) $2^3 \times 3^3 \times 5^3$				
答案	3	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題
學習內容	N-7-2 質因數分解的標準分解式：質因數分解的標準分解式，並能用於求因數及倍數的問題。				
基本學習內容	NC-7-2-2 能用質因數分解法及短除法求最大公因數及最小公倍數。			內容領域	數與量
施測後回饋 訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定兩個數的標準分解式，要求學生求出最小公倍數，評量學生利用質因數分解法求最小公倍數的能力。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一) 複習國小以質因數連乘積求最小公倍數與最大公因數： 下面以「找出 30 和 36 的最小公倍數」為例，說明如何幫助學生用質因數分解法解題。 步驟一：先將 30 及 36 進行質因數分解：$30=2 \times 3 \times 5$；$36=2 \times 2 \times 3 \times 3$。 步驟二：幫助學生看到 $2 \times 2 \times 3 \times 3$ 再乘上 5 就是 30 的倍數， 所以 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ 就是 30 和 36 的最小公倍數。 步驟三：透過觀察下面的分解式</p> $30 = \quad 2 \times 3 \quad \times 5$ $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ <p>幫助學生發現最小公倍數是質因數的乘積，但是共同的質因數只要乘一次。因此 $[30, 36] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$</p> <p>(二) 複習以短除法求最大公因數與最小公倍數：</p> <p>1. 找出兩數的最大公因數 下面以「找出 30 和 42 的最大公因數」為例，再以「找出 30 和 42 的最小公倍數」為例，說明如何幫助學生解題。 步驟一：先將 30 及 42 進行質因數分解： $30 = 2 \times 3 \times 5$；$42 = 2 \times 3 \times 7$</p>				

步驟二：接著幫助學生找出

30 的因數是 1、2、3、5、 2×3 、 2×5 、 3×5 、 $2 \times 3 \times 5$

42 的因數是 1、2、3、7、 2×3 、 2×7 、 3×7 、 $2 \times 3 \times 7$

步驟三：幫助學生察覺公因數是 1、2、3、 2×3 ，最大公因數是 2×3 ，也就是共同質因數的乘積。

步驟四：幫助學生利用短除法找出共同的質因數，共同的質因數是 30 和 42 的公因數，共同質因數的乘積就是 30 和 42 的最大公因數。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 30 & 42 \\ \hline 3 & 15 & 21 \\ \hline & 5 & 7 \end{array} \rightarrow 5 \text{ 和 } 7 \text{ 互質}$$

最大公因數： 2×3

2. 找出兩數的最小公倍數

步驟一：先將 30 及 42 進行質因數分解：

$$30 = 2 \times 3 \times 5; 42 = 2 \times 3 \times 7$$

步驟二：以 $30(2 \times 3 \times 5)$ 為基準，幫助學生察覺 $(2 \times 3 \times 5)$ 再乘以 7 就是 42 的倍數，所以 $2 \times 3 \times 5 \times 7$ 是 30 和 42 的最小公倍數，其中 2、3 是共同的質因數，5 和 7 是剩下來的質因數。

步驟三：幫助學生利用短除法找出共同的質因數，共同質因數和剩下因數的乘積就是最小公倍數。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 30 & 42 \\ \hline 3 & 15 & 21 \\ \hline & 5 & 7 \end{array} \rightarrow 5 \text{ 和 } 7 \text{ 互質}$$

最小公倍數： $2 \times 3 \times 5 \times 7$

(三) 建立以標準分解式判斷一數是否為另一數的因數或倍數：

1. 底下以「判別 2×3^3 是否為 $2^2 \times 3^2$ 的倍數？」說明如何幫助學生解題。

$$\text{因為 } (2 \times 3^3) \div (2^2 \times 3^2) = \frac{2 \times 3^3}{2^2 \times 3^2} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3}{2 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = \frac{3}{2} \text{ (不是整數),}$$

所以 2×3^3 不是 $2^2 \times 3^2$ 的倍數。

2. 底下以「判別 2×3^2 是否為 $2 \times 3^3 \times 5$ 的因數」說明如何幫助學生解題。

方法一：用指數律來判斷，因為 $2 \times 3^3 \times 5 = (2 \times 3^2) \times 3 \times 5$ ，
所以 $2 \times 3^3 \times 5$ 是 2×3^2 的倍數， 2×3^2 是 $2 \times 3^3 \times 5$ 的因數。

方法二：先改寫成質因數連乘積再判斷

$$\text{因為 } 2 \times 3^3 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5, 2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{因為 } 2 \times 3^3 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 = (2 \times 3 \times 3) \times 3 \times 5 = (2 \times 3^2) \times 3 \times 5,$$

所以 $2 \times 3^3 \times 5$ 是 2×3^2 的倍數， 2×3^2 是 $2 \times 3^3 \times 5$ 的因數。

(四) 建立利用標準分解式判斷因數及倍數的準則。

將 a 、 b 兩數寫成標準分解式時，

1. 當 a 為 b 的倍數，則 b 的質因數都是 a 的質因數，且 b 的每個質

因數的次方小於或等於 a 相同質因數的次方。例如： $2 \times 3^3 \times 5$ 是 2×3^2 的倍數。

2. 當 a 為 b 的因數，則 a 的質因數都是 b 的質因數，且 a 的每個質因數的次方小於或等於 b 相同質因數的次方。例如： 2×3^2 是 $2 \times 3^3 \times 5$ 的因數。

對應教材：NC-7-2-2

科別	試題年級	受測年級	試題編號																																																		
數學	7	7	202405M7N025																																																		
			11305M7N25																																																		
題目	<p>下列哪個選項的 x 與 y 成反比？</p> <p>(1) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>8</td><td>2</td><td>6</td><td>4</td><td>24</td></tr> <tr><td>y</td><td>9</td><td>36</td><td>12</td><td>18</td><td>3</td></tr> </table></p> <p>(2) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>-3</td><td>-2</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>-1</td><td>-4</td></tr> </table></p> <p>(3) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>-3</td><td>-2</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td>3</td><td>2</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td></tr> </table></p> <p>(4) <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td>-4</td><td>-2</td><td>1</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$-\frac{1}{4}$</td></tr> <tr><td>y</td><td>8</td><td>4</td><td>-2</td><td>-1</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr> </table></p>					x	8	2	6	4	24	y	9	36	12	18	3	x	-3	-2	0	1	4	y	3	2	0	-1	-4	x	-3	-2	2	3	4	y	3	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	x	-4	-2	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	y	8	4	-2	-1	$\frac{1}{2}$
x	8	2	6	4	24																																																
y	9	36	12	18	3																																																
x	-3	-2	0	1	4																																																
y	3	2	0	-1	-4																																																
x	-3	-2	2	3	4																																																
y	3	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$																																																
x	-4	-2	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$																																																
y	8	4	-2	-1	$\frac{1}{2}$																																																
答案	1	認知歷程向度	概念理解	題型	選擇題																																																
學習內容	<p>N-7-9 比與比例式：比；比例式；正比；反比；相關之基本運算與應用問題，教學情境應以有意義之比值為例。</p> <p>備註：不涉及使用繁分數，遇到兩分數之比時，以分數相除處理之。</p>																																																				
基本學習內容	NC-7-9-2 正比與反比。			內容領域	數與量																																																
施測後回饋 訊息	<p>評量重點：</p> <p>本題給定 x、y 對應的四組數據，要求學生選出 x 與 y 成反比的選項，評量學生是否理解反比的意義。</p> <p>教學建議：</p> <p>(一) 複習「最簡整數比」與「比值」的意義。 列表呈現二維數據並計算各個比與比值，教師幫助學生看到此二維數據的「最簡整數比」都相同，且「比值」也都相等。</p> <p>(二) 進行「正比」的教學。 1. 講解「正比」的意義。 正比：若二維數據的「最簡整數比」都相同，也就是「比值」都相等，我們稱此二維數據成正比。當二維數據 y、x 成正比時，y 和 x</p>																																																				

的比值都相等，因此 $\frac{y}{x}=k$ ，也就是 $y=kx$ 。所以， x 與 y 成正比時， x 、 y 的關係式可以寫成 $y=kx$ 。

2. 以上定義學生若不清楚，以生活情境的例子說明「正比」的意義。
例如：水餃每顆都一樣大，水餃包越多顆，餡料就必須準備得越多。

水餃(顆)	總餡料(克)
10	250
20	500
40	1000
a	?

根據上表，引導學生發現「每顆水餃 25 克，包 a 顆，需要 $25a$ 克的餡料」。

3. 再將情境抽離，討論以下表格：

x	y
10	250
20	500
40	1000
60	1500

根據上表，引導學生發現「 $y=25x$ 的關係」。

(三) 進行「反比」的教學。

1. 以生活情境的例子說明 y 與 $\frac{1}{x}$ 成正比，則稱 y 與 x 成「反比」的意義。

爺爺購買每斤 x 元的茶葉 y 斤，總價為 1000 元

x	1000	500	250	200	125
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{500}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{125}$
y	1	2	4	5	8

2. 若兩個變數 x 、 y ，當 y 與 x 成「反比」時，則會保持 x 值和 y 值的乘積是某一固定的值(以 k 表示， $k \neq 0$)，即 x 、 y 的關係式寫成 $xy=k$ 。
3. 再以生活情境的例子，幫助學生利用 $xy=k$ 判斷 y 與 x 是否成「反比」。以面積為 100 平方公分的長方形為例，長為 x 公分，寬為 y 公分，如下表：

x	100	50	25	20	10	5
y	1	2	4	5	10	20

幫助學生發現 $xy=100$ 。

對應教材：NC-7-9-2